

確率統計演習 No.6

2025年6月27日(金)

6-1. (1) T を標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う確率変数とするとき、

$$P(T \leq a) = 0.2266 \quad P(T \geq b) = 0.1056$$

をみたま a, b の値を正規分布表から求めよ.

(2) X を正規分布 $N(m, \sigma^2)$ に従う確率変数であり、

$$P(X \leq 40) = 0.2266 \quad P(X \geq 72) = 0.1056$$

が成り立つとき、 X の平均と分散の値を求めよ.

6-2. ある地域の TV 番組の視聴率調査は (ランダムに選ばれた) 600 世帯で行われている. あるドラマのある回の調査結果は、600 世帯中 113 世帯の視聴で視聴率は 18.8%であった.

(1) S を二項分布 $B(600, p)$ に従う確率変数とするとき、 S の平均と分散を書け.

(2) T を S または $\frac{S}{600}$ の正規化としてド・モワブル-ラプラスの定理を用いるとき、 $P(|T| < u) = 0.90, P(|T| < v) = 0.95$ をみたま u, v の値を求めよ.

(3) 真の視聴率 (母比率) に対する信頼度 90%, 95% の信頼区間を求めよ.

信頼度 95% の方が広い区間になることを確認せよ.

6-3. ある政策についての賛否を調べるために、無作為に 300 人を選んでアンケートをとると 165 人が賛成であった. 賛成の人の真の割合に対する、信頼度 95%, 99% の信頼区間を求めよ.

6-4. (1) X_1, X_2, \dots, X_n を正規母集団 $N(m, \sigma^2)$ からの無作為標本とし、標本平均を $\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k$ とする. \bar{X}_n の確率分布は何か.

(2) ある製品の寿命は正規分布に従うとし、母分散は 150 (時間²) とする. 20 個無作為に選んで調べたところ、標本平均が 1280 (時間) であった. この製品の寿命の母平均に対する、信頼度 90%, 95% の信頼区間を求めよ.

6-5. 母比率の区間推定を行う際に、信頼度 95% の信頼区間の幅を 2% 以下にするためには標本をどの程度とればよいか.

ヒント: 標本の比率が 0.5 のとき、信頼区間の幅は最大になる.