

数学演習 A 問題 (解析 1A) 略解 No.2

2-1. (1) 次の変形をすれば良い。

$$\frac{1}{h} \left\{ \frac{1}{f(x+h)} - \frac{1}{f(x)} \right\} = \frac{f(x) - f(x+h)}{hf(x+h)f(x)} = -\frac{1}{f(x+h)f(x)} \times \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$

(2) $\log f(x) = x \log a, \log g(x) = b \log x$ の両辺を微分すると、 $\frac{f'(x)}{f(x)} = \log a, \frac{g'(x)}{g(x)} = \frac{b}{x}$ となるから

$$(i) f'(x) = a^x \cdot \log a, \quad (ii) g'(x) = \frac{b}{x} x^b = bx^{b-1}.$$

2-2. $2n\pi + \frac{\pi}{6}$ または $(2n+1)\pi - \frac{\pi}{6}$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). もしくは、 $\left(2n + \frac{1}{2}\right)\pi \pm \frac{\pi}{3}$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$).

2-3. (1) $\frac{\pi}{6}$ (2) $-\frac{\pi}{2}$ (3) $\frac{\pi}{4}$ (4) $-\frac{\pi}{6}$ (5) $\frac{1}{x}$ (6) $x^5 5^x$

2-4. (1) $y' = \frac{a}{\sqrt{1-(ax+b)^2}}$ (2) $y' = \frac{a}{x^2+a^2}$ (3) $y' = \arcsin(x) + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

2-5. (1) $\frac{d^n}{dx^n} \log(1+x) = \frac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{(1+x)^n}$ (2) $\frac{d^{2n}}{dx^{2n}} \sin(2x) = (-1)^n 2^{2n} \sin(2x) = (-4)^n \sin(2x)$

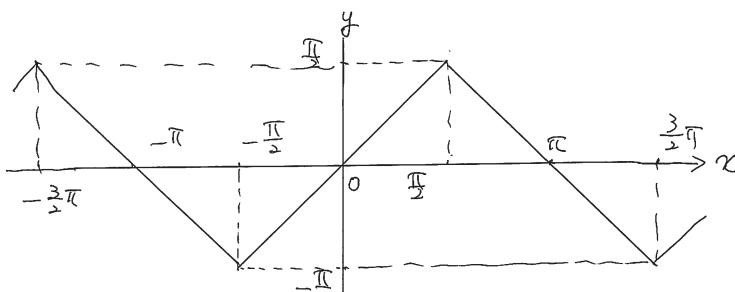
2-6. (1) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ (2) $\frac{1-x^2}{1+x^2}$. (3) $x < 0$ では $-\frac{\pi}{2}$, $x > 0$ では $\frac{\pi}{2}$.

2-7. (1) $x - \pi = x'$ とおくと,

$$\sin y = \sin x = \sin(\pi + x') = -\sin x' = \sin(-x')$$

が成り立つ。 y も x' も $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ に属し、正弦関数 \sin はこの区間で単調増加だから $y = -x'$ となる。よって、 $y = \pi - x$.

(2) 他の区間も同様に考えると、次のように、線分をつなぎ合せた形になる。(一番下 Arcsin は arcsin に修正を!)



$y = \text{Arcsin}(\sin x)$ のグラフ