

広島大学附属高等学校 数学科
フロンティアサイエンス講義 (FS講義)

一目でわかる証明 —Visual Proofs—

II

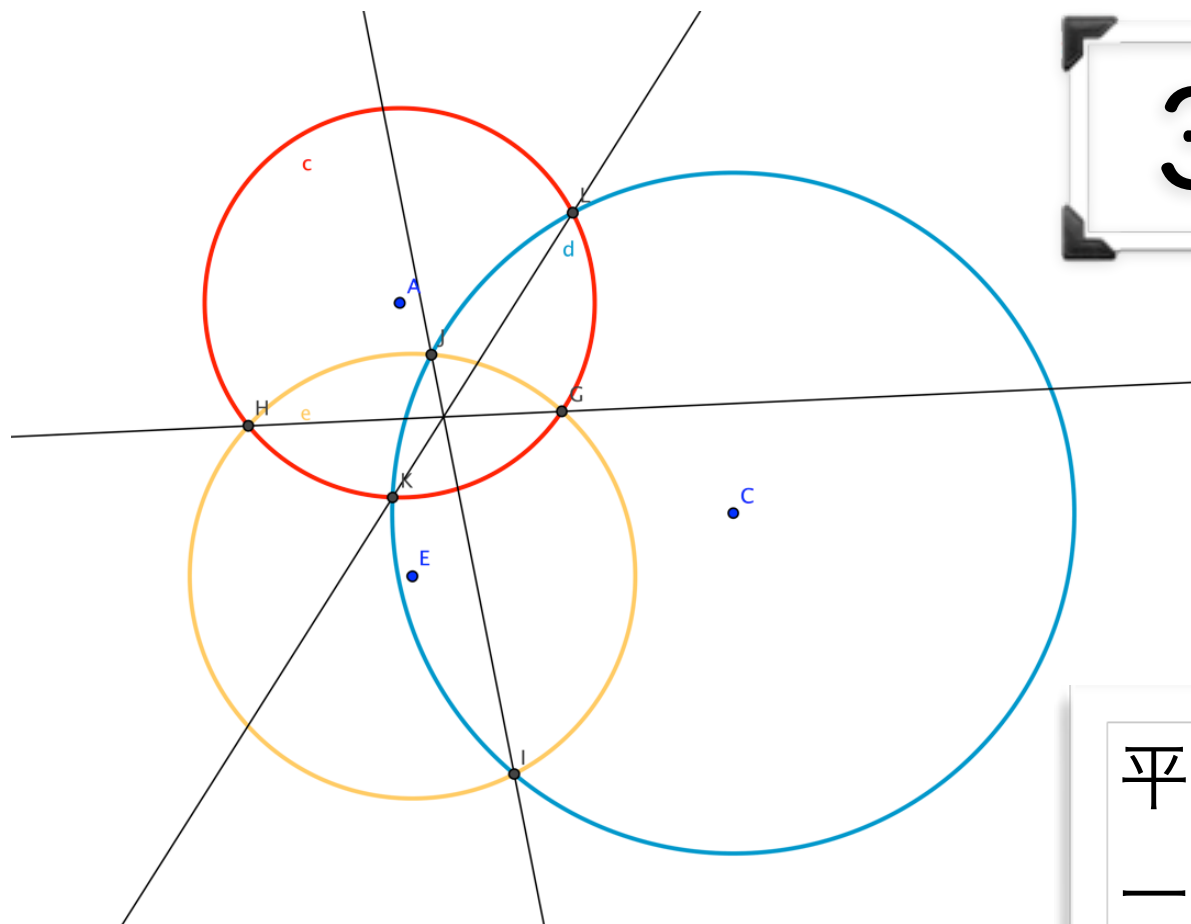
青山学院大学 理工学部 物理・数学科

西山 享

2016.06.01



3円の交線



ポイント

平面上の3直線は(一般には)
一点で交わらない!!

共点 ... 平面上の3直線が一点で交わる

GeoGebra で確認!(1)

証明のアイデア： 3球の交面

ポイント

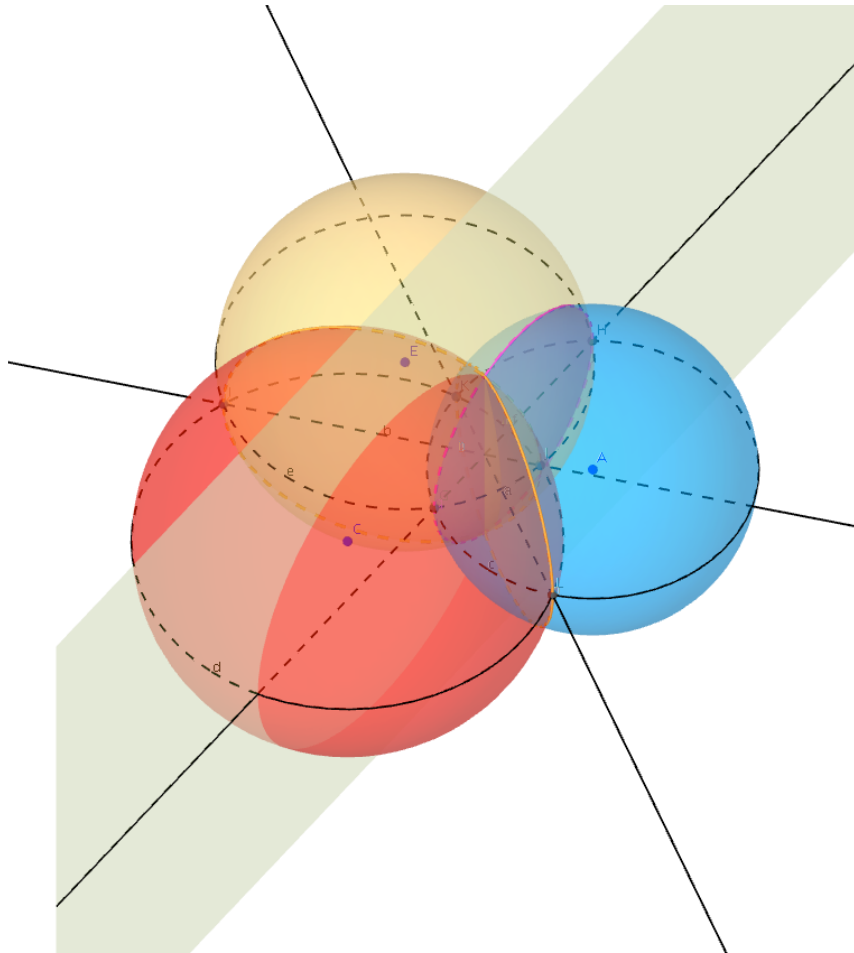
空間の3曲面は交わる!!

曲面と曲面 … 曲線で交わる
曲面と曲線 … 点で交わる

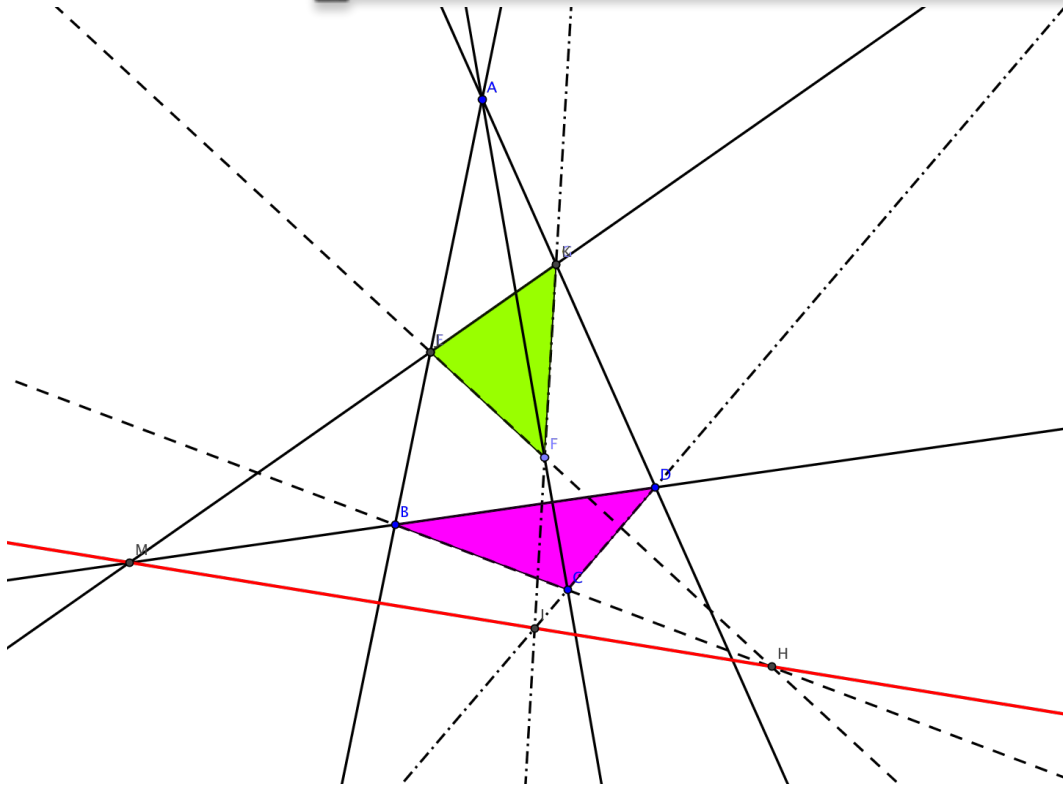


空間の3曲面は交わる!!

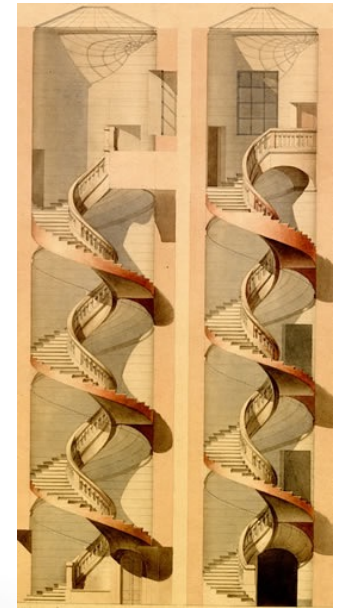
GeoGebra で確認！(2)



デザルグの定理 (平面)



ジラルール・デザルグ
(1591 - 1661)

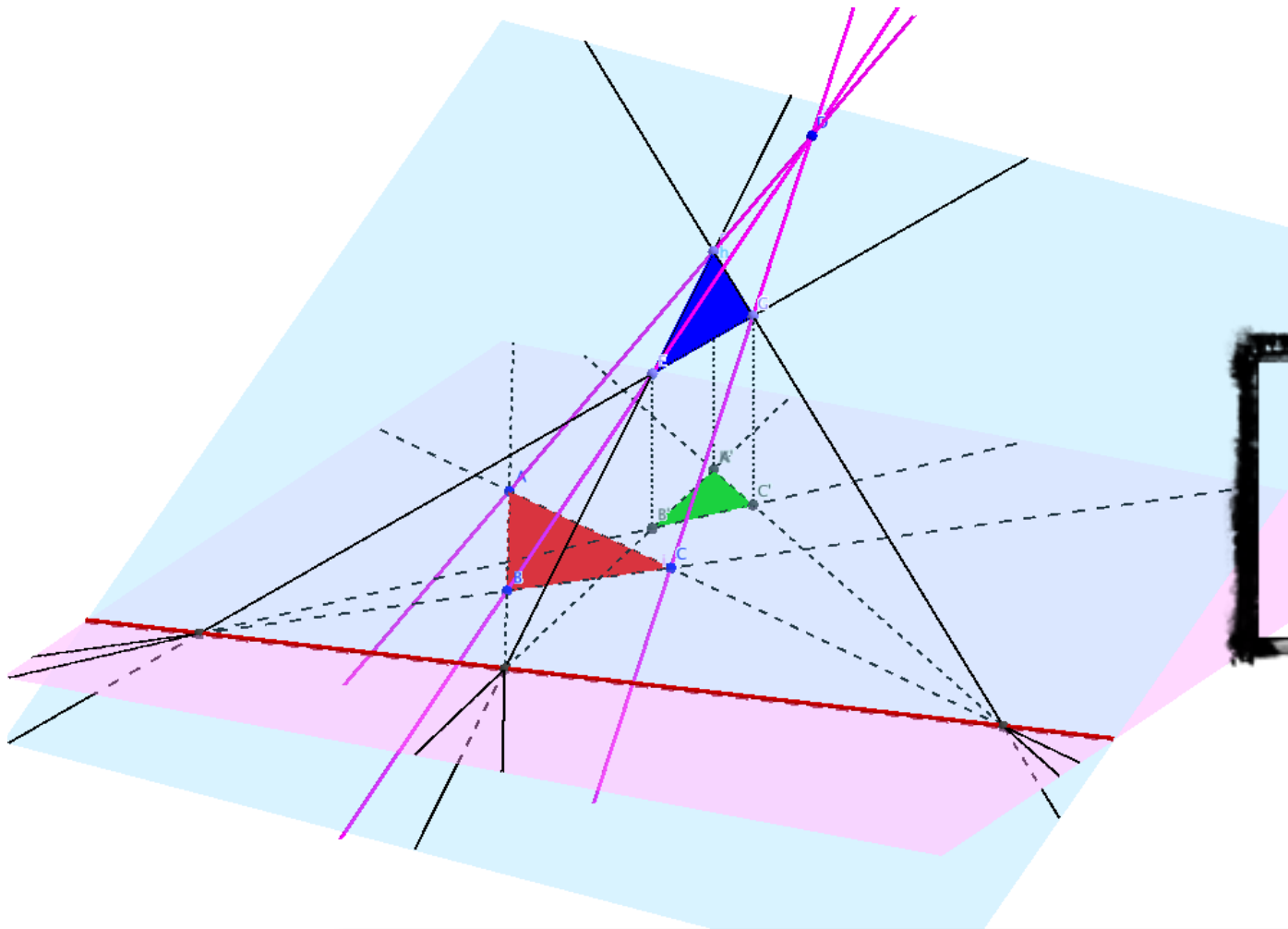


2つの3角形の対応する頂点を結ぶ直線が**共点**

⇒ 対応する辺の交点は**共線**

共線 ... 3点が一直線上にある

証明のアイデア：空間版のデザルグの定理



ポイント

空間内の2平面の
交わりは直線!!

GeoGebra で確認！(3)

2つの3角形の対応する頂点を結ぶ直線が**共点**

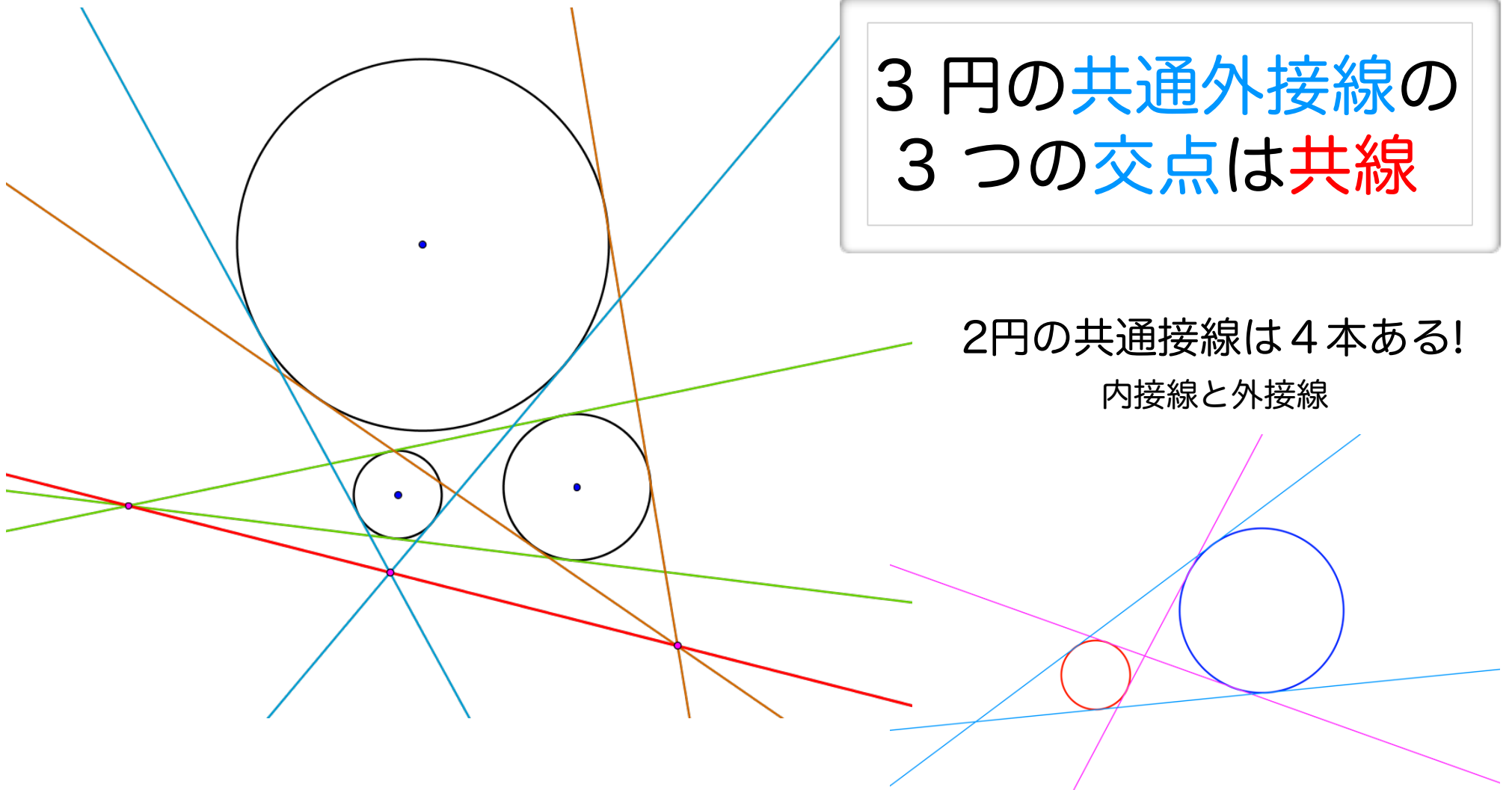


対応する辺の交点は**共線**

3円の共通接線

3円の共通外接線の
3つの交点は共線

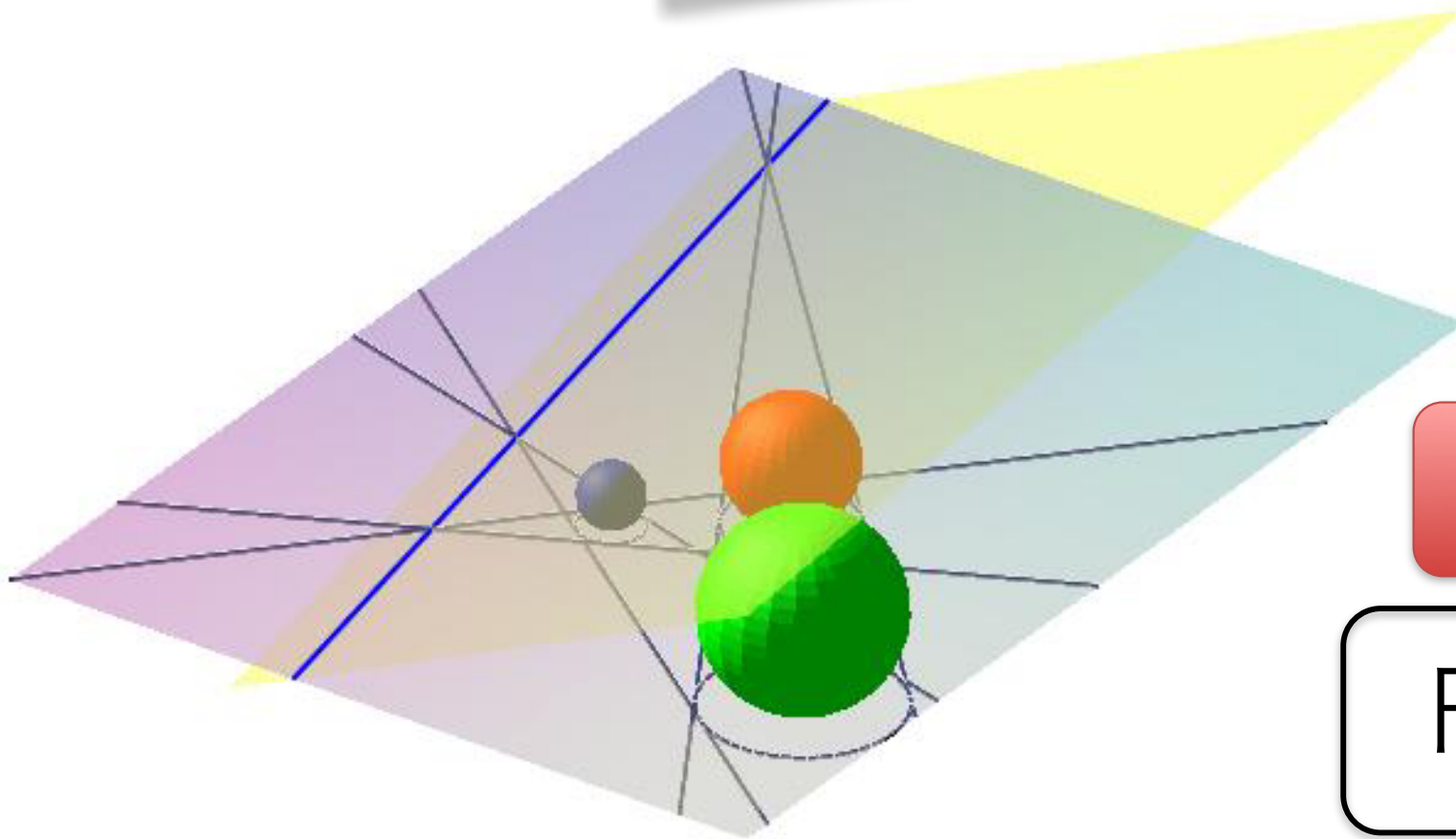
2円の共通接線は4本ある!
内接線と外接線





アイデア

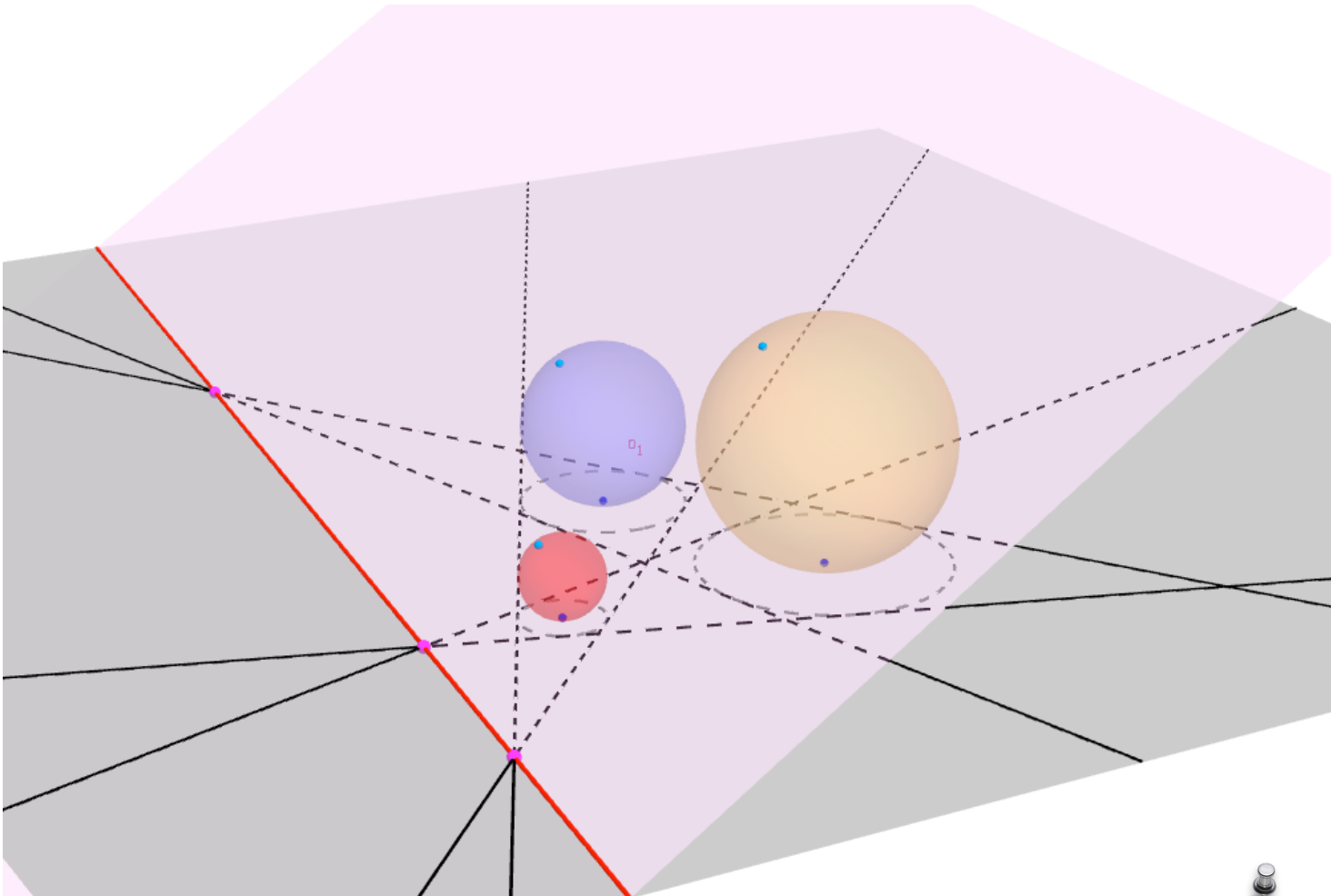
3球に接する平面



ポイント

円 → 球

3球に接する2つの平面の交わり = 直線



GeoGebra で確認！(4)

現代の射影幾何学



代数幾何学



森重文



日本人の
フィールズ賞受賞者



小平邦彦



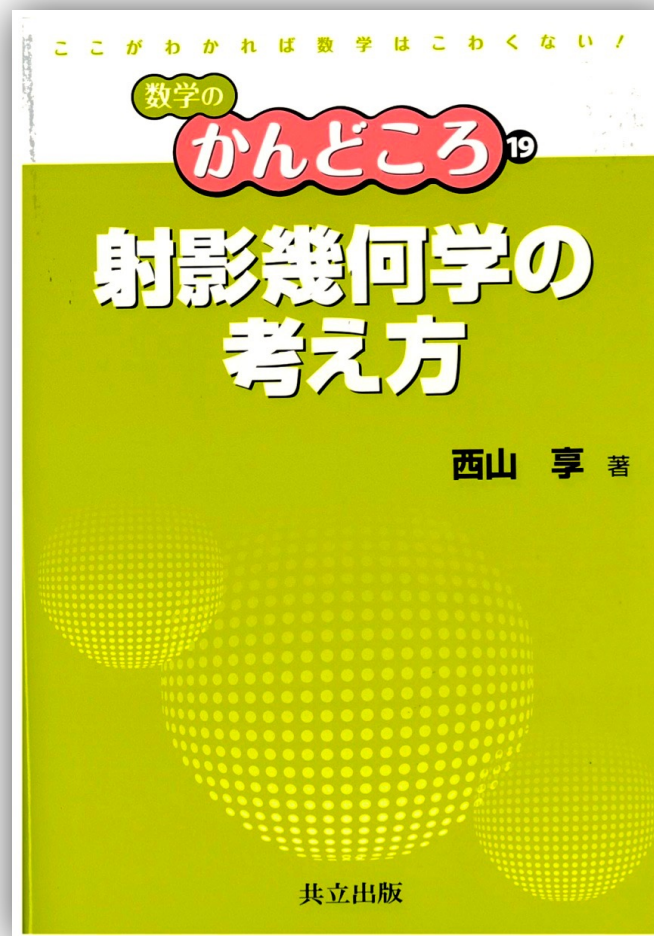
広中平祐

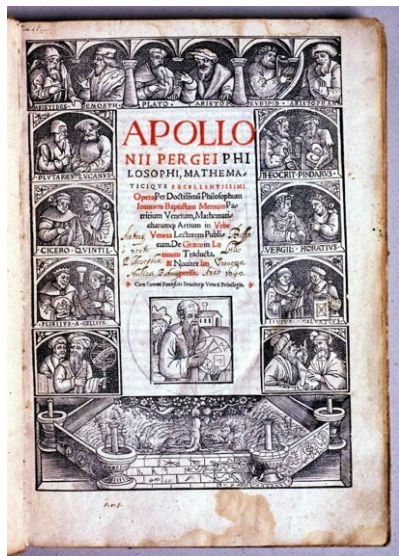
射影幾何学の本書きました…

射影幾何学の考え方
共立出版 2013.11



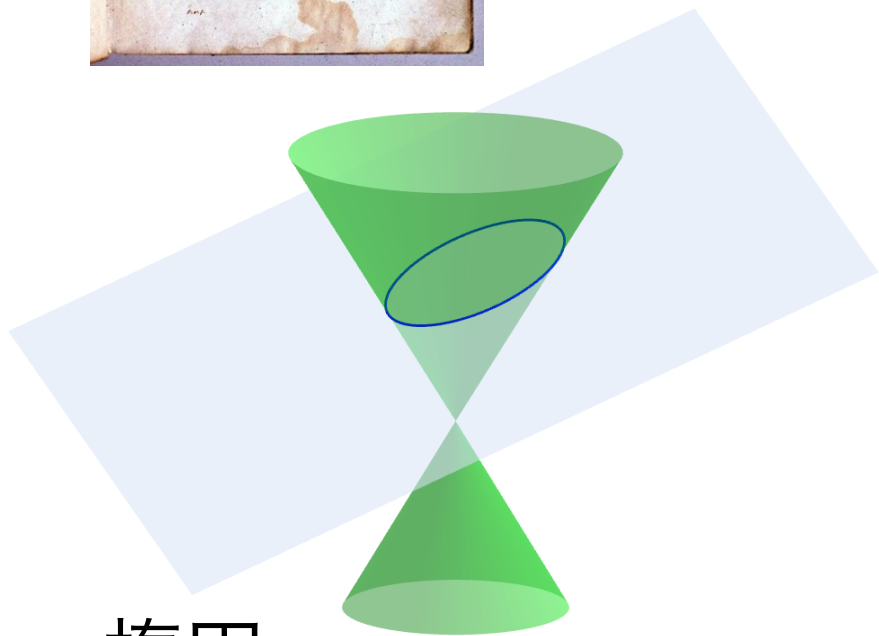
幾何学と不変量
日本評論社 2012.9



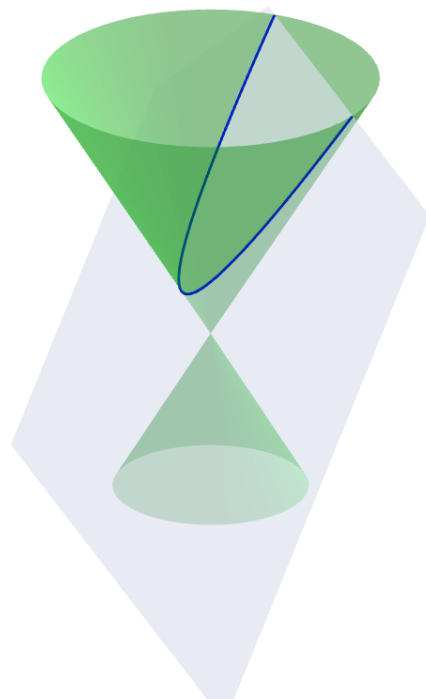


円錐曲線

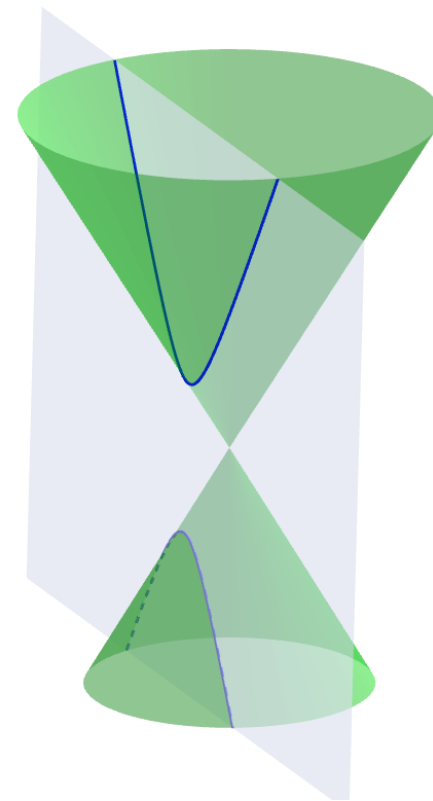
ペルガのアポロニウス
(前260??—前190?)



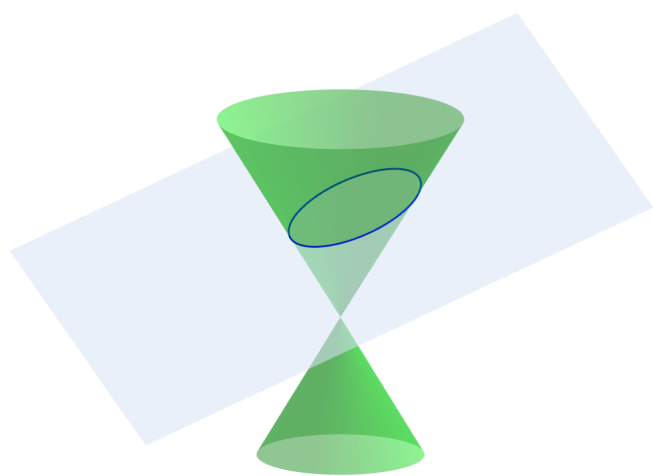
楕円



放物線



双曲線



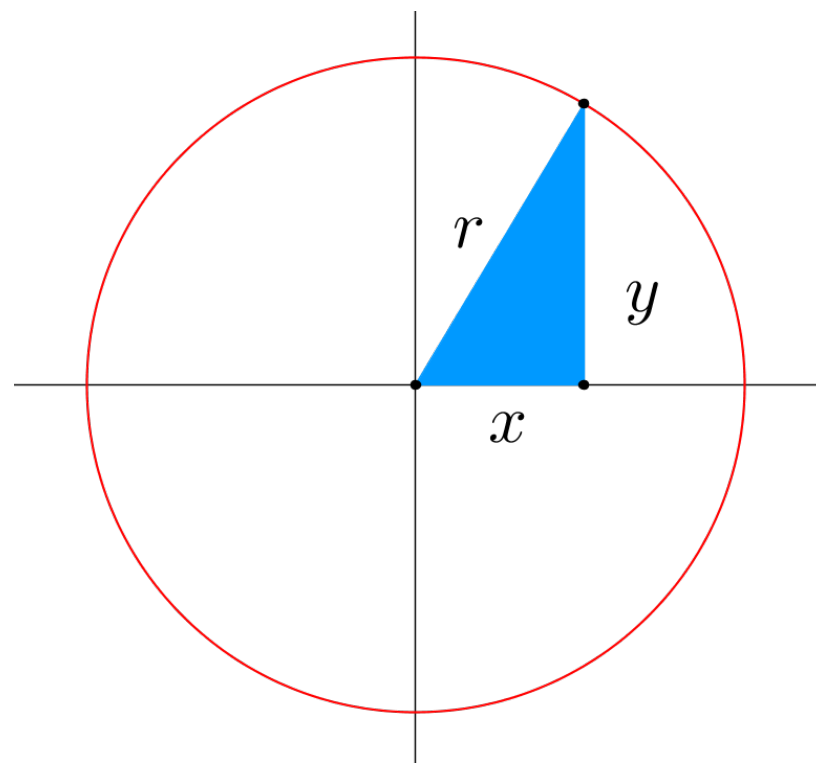
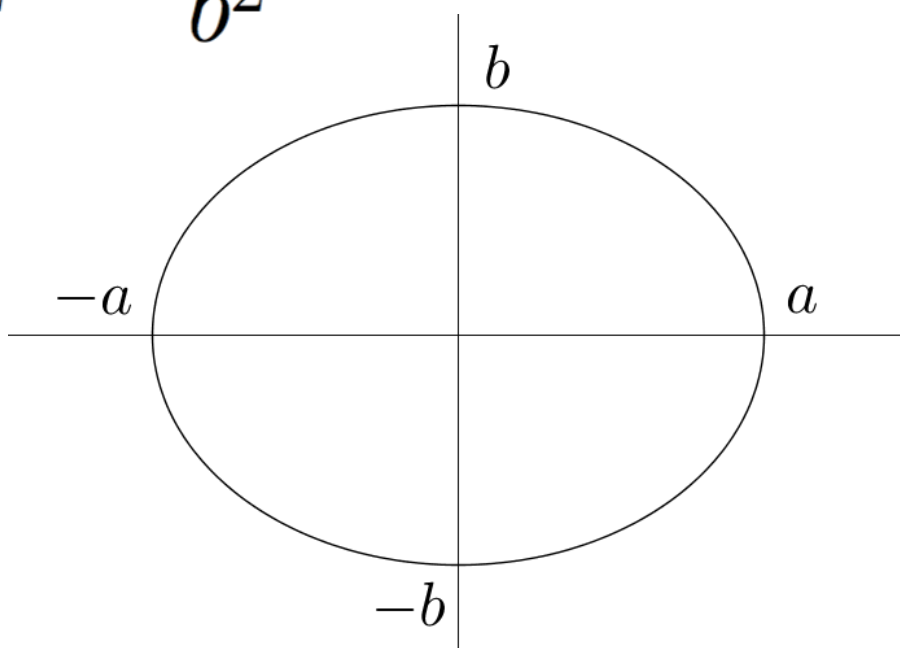
楕円

円の方程式 (ピタゴラスの定理)

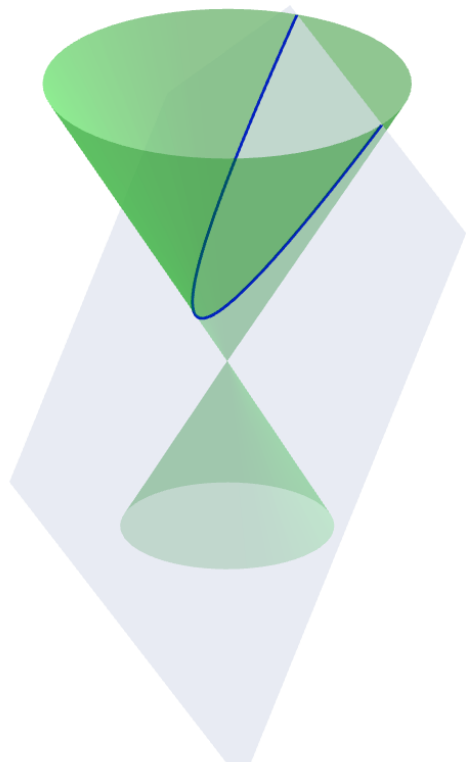
$$x^2 + y^2 = r^2$$

楕円の方程式

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

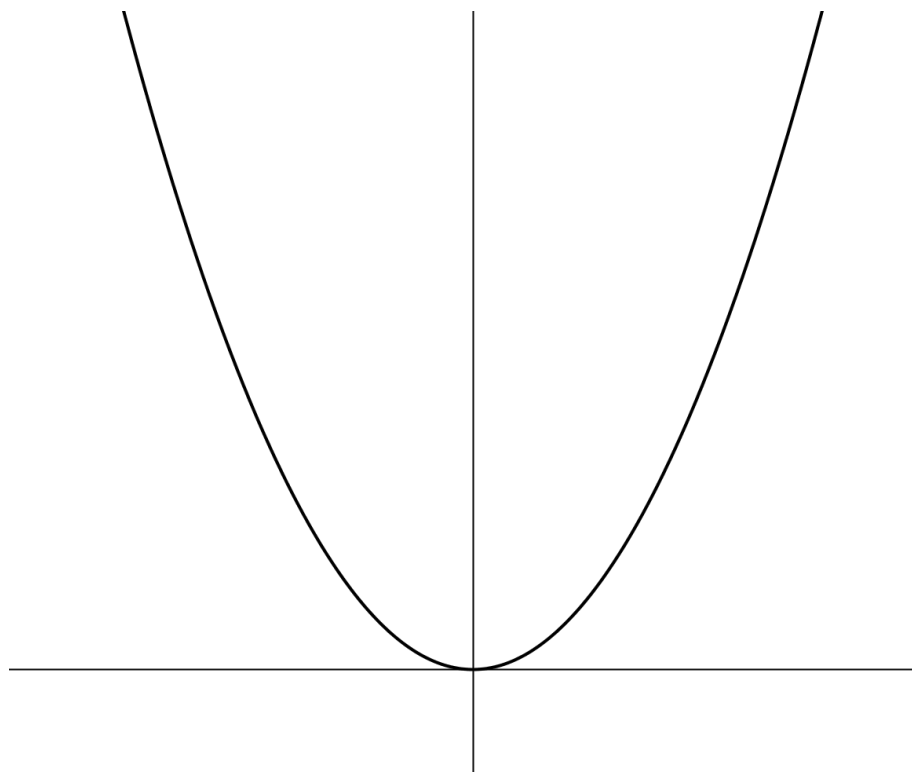


放物線

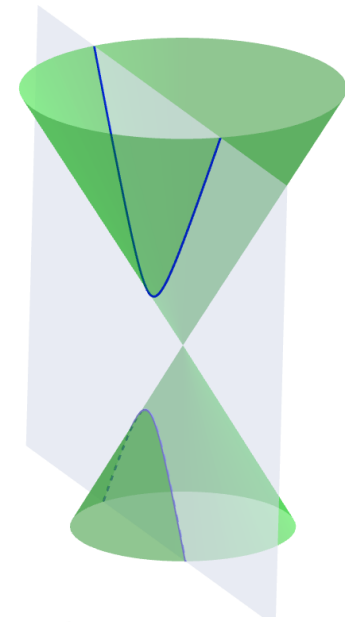


放物線の方程式

$$y = ax^2$$

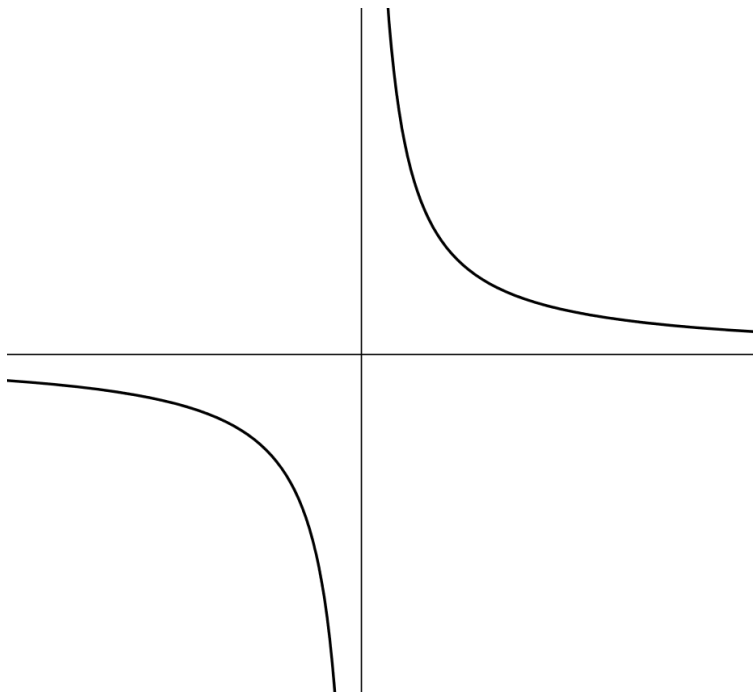


双曲線



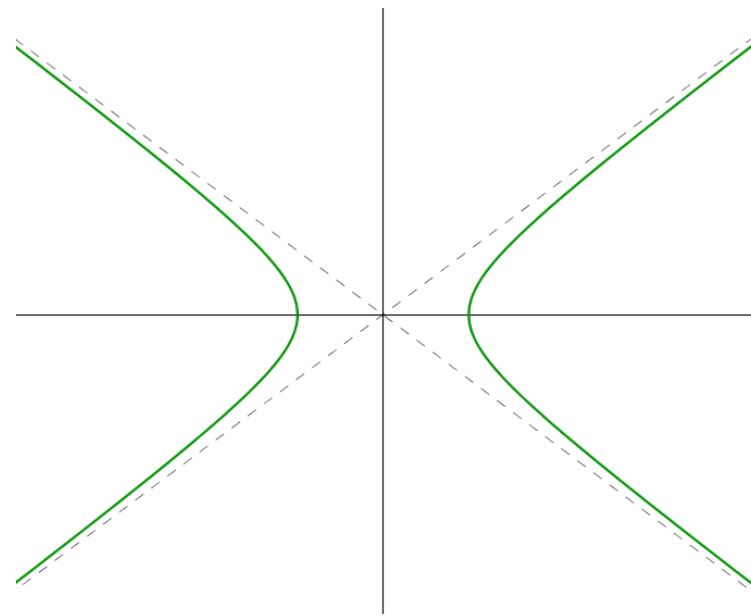
双曲線の方程式

$$xy = 1 \iff y = \frac{1}{x}$$



反比例のグラフ

$$a^2 x^2 - b^2 y^2 = 1$$

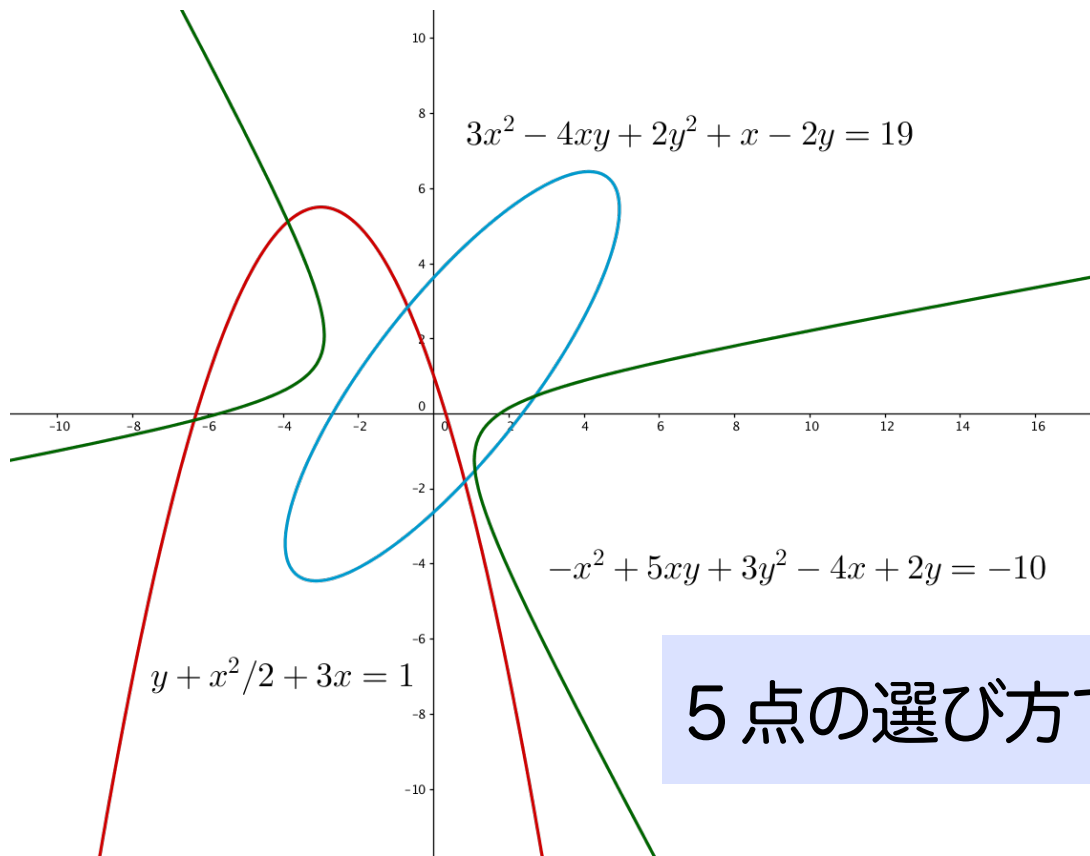


漸近線: $ax \pm by = 0$

円錐曲線は 5 点で決まる

一般の2次曲線の方程式：

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

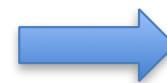


円錐曲線は連比

$$A : B : C : D : E : F$$

で決まる

6 個の係数の比



5 個のパラメータ

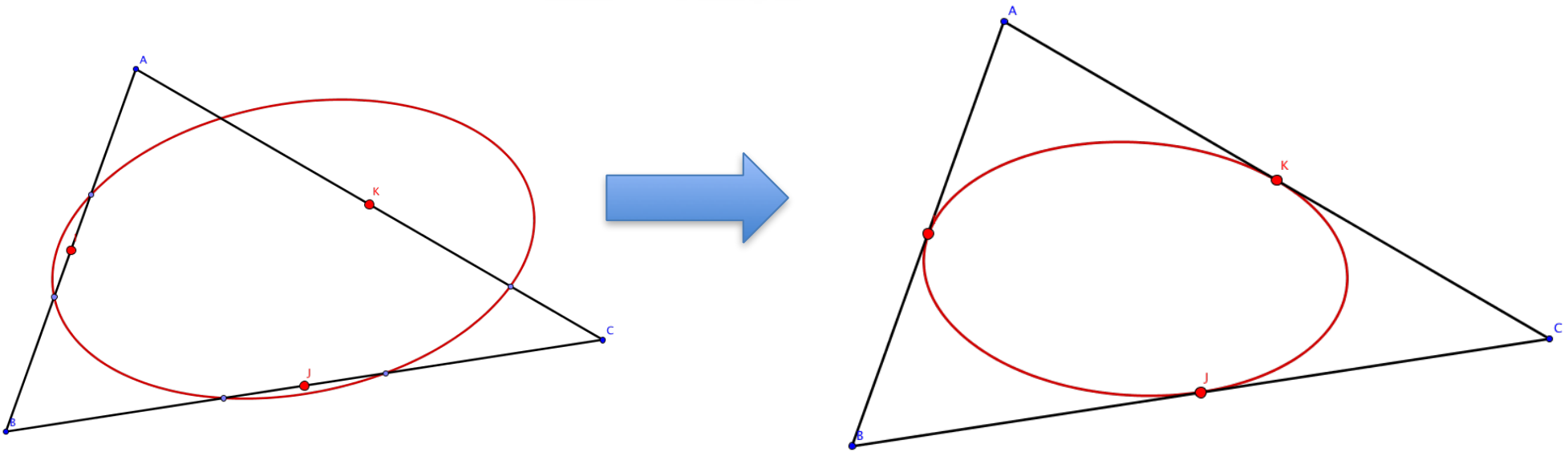
5 点の選び方で円錐曲線はどう変化するか？

GeoGebra で確認！ (5)

ガウスの内接楕円定理

3角形の各辺の midpoint で内接する楕円が
ただ一つ存在する

ただ一つ … 5点の退化



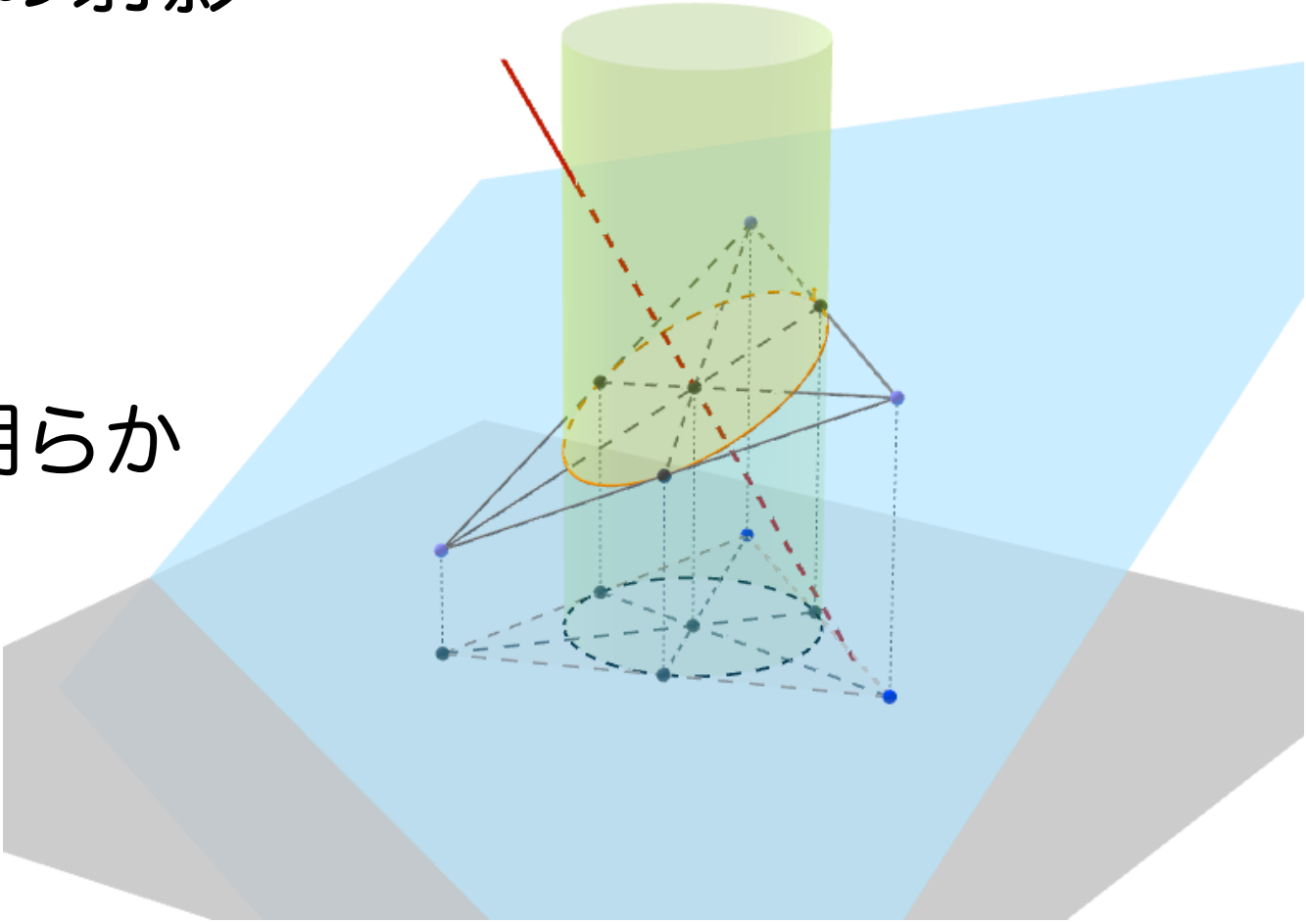
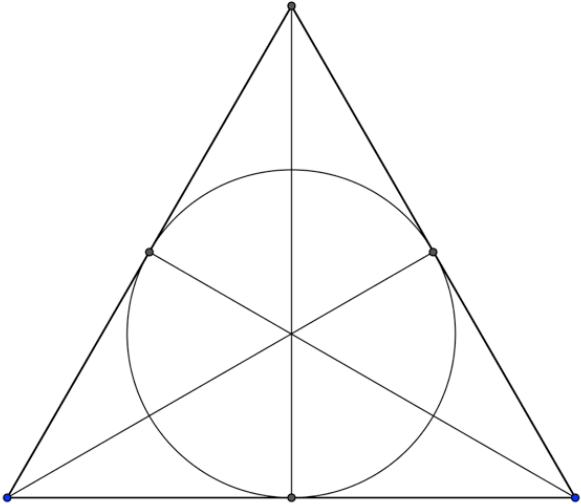
GeoGebra で確認！ (6)

ガウスの内接楕円 (存在)

正三角形への射影

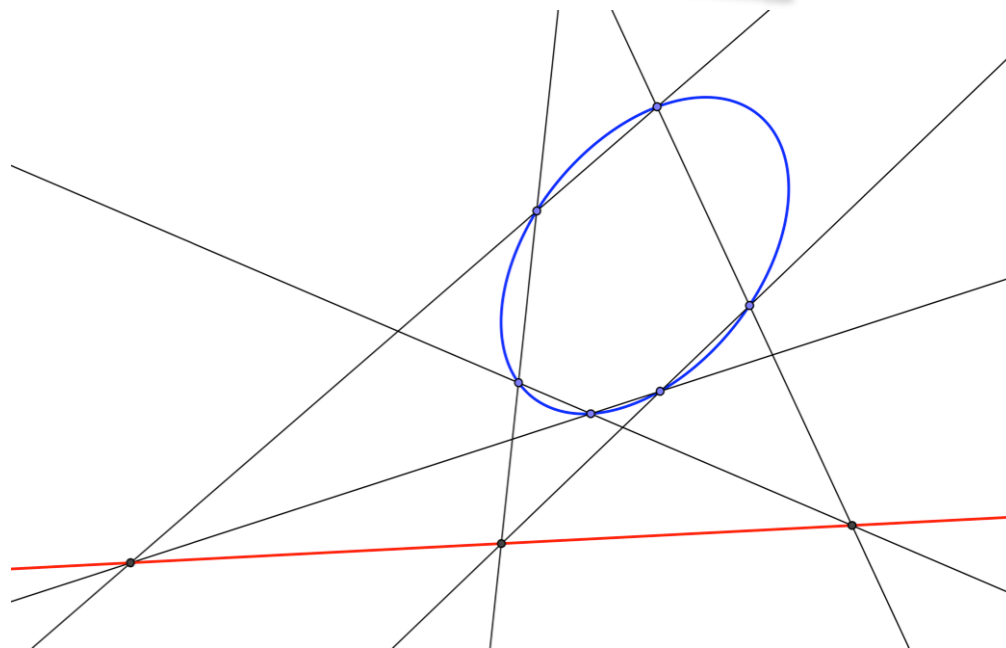
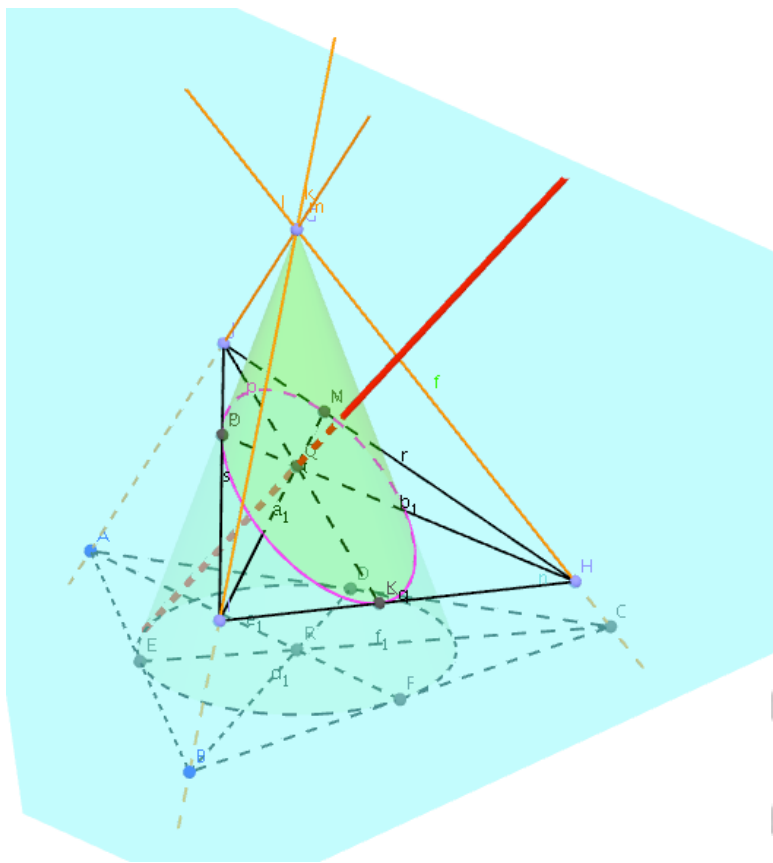
ポイント

正三角形の場合は明らか

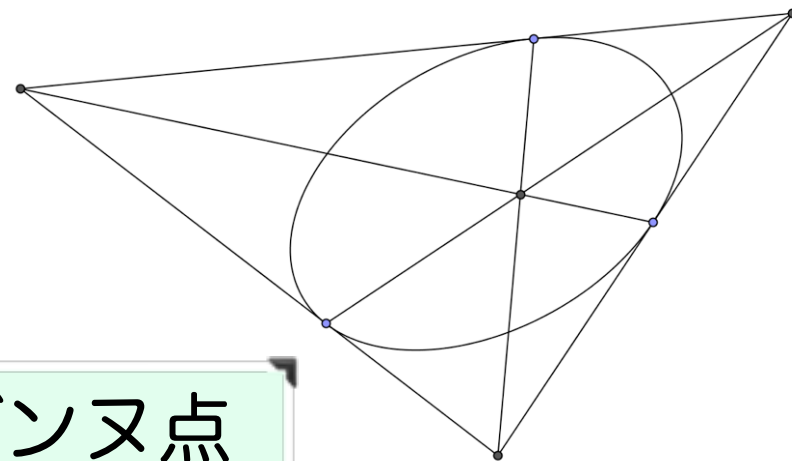


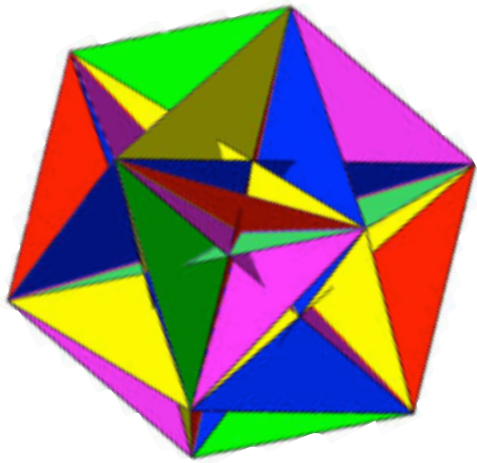
その他の射影幾何の定理たち

パスカルの神秘六角形



ジュールゴンヌ点





おしまい

