

2026 年度  
青山学院大学  
大学院理工学研究科理工学専攻

# 博士前期課程(9月)入学試験

## 各コース共通問題 「数学」 問題冊子

受験番号：	氏名：
-------	-----

### [注意事項]

1. 問題冊子は表紙を除いて2ページあり、問題は全部で6題ある。6題中3題を選択して解答せよ。
2. 解答冊子は表紙と3枚の解答用紙でできている。問題冊子表紙、解答冊子表紙およびすべての解答用紙に受験番号・氏名を忘れずに記入すること。
3. 問題1題ごとに解答用紙1枚を使い、必ず解答用紙左上の枠内に問題番号を記入すること。問題番号の記入がない場合、また2つ以上の番号の記入があった場合には、解答は無効とする。
4. 解答欄が足りない場合には、当該解答用紙の裏面も解答欄として使用してよい。その場合、「裏面に続く」と表面の最後に明記すること。
5. 解答冊子、問題冊子とも必ず提出すること。

**1** 行列

$$A = (\mathbf{v}_1 \mathbf{v}_2 \mathbf{v}_3 \mathbf{v}_4 \mathbf{v}_5) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -2 & -4 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 & 5 & 7 \\ -1 & 2 & 0 & a & 3 \end{pmatrix}$$

で定まる線形写像  $f: \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$ ,  $f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$  を考える.

- (1)  $\text{rank } A = 3$  となるような  $a$  の値を求めよ.
- (2)  $a$  が (1) で求めた値をとるとする. このとき,  $f$  の像の基底を求めよ. また, 列ベクトル  $\mathbf{v}_i (i = 1, 2, 3, 4, 5)$  の間に成り立つ非自明な線形関係 (一次関係) を求めよ.
- (3)  $a$  が (1) で求めた値をとるとする. このとき,  $f$  の核の基底を求めよ.

**2** 行列  $A = \begin{pmatrix} -6 & -6 & -6 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$  に対し, 以下の問に答えよ.

- (1)  $A$  の固有値を求めよ.
- (2)  $A$  を対角化せよ.  $P^{-1}AP$  が対角行列であるような正則行列  $P$  も求めること.
- (3)  $A^5 - kA - E$  が逆行列を持たないような定数  $k$  をすべて求めよ. ただし,  $E$  は単位行列とする.

**3** 実2変数関数

$$f(x, y) = (2x^2 - xy)e^{-x+y}$$

について, 極大・極小を論ぜよ. 極値があるならそれも求めること.

**4**

$xy$  平面上の極座標  $(x, y) = (r \cos \theta, r \sin \theta)$  を用いて表された領域

$$D = \{(x, y) \mid 0 \leq \theta \leq r \leq 2\pi\}$$

について、以下の問に答えよ。

- (1)  $D$  を  $xy$  平面上に図示せよ。
- (2)  $D$  の面積を求めよ。
- (3) 重積分  $\iint_D \frac{dxdy}{1+x^2+y^2}$  を計算せよ。

**5**

関数  $f(x)$  は、原点  $x = 0$  を含むある开区間  $I$  で無限回微分可能であるとする。

- (1)  $n$  次多項式

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^n c_k x^k$$

は、 $x = 0$  で  $n$  階までのすべての微分の値が  $f(x)$  のそれと一致するものとする。  
係数  $c_k$  ( $k = 0, \dots, n$ ) を求めよ。

- (2) 以下の (i)–(iv) の場合について、それぞれ (1) の多項式  $P_n(x)$  を求めよ。

$$\begin{array}{ll} \text{(i)} & f(x) = e^x \\ \text{(ii)} & f(x) = -\log(1-x) \\ \text{(iii)} & f(x) = \frac{1}{1-x} \\ \text{(iv)} & f(x) = \frac{1}{(1-x)^2} \end{array}$$

**6**

$r = r(x)$  を、 $r(0) = 1$  を満たす  $C^2$  級関数であるとする。全微分方程式

$$(x + yr(x)) dx + (r(x) + ye^y) dy = 0 \tag{*}$$

が完全微分型であるとき、以下の問に答えよ。

- (1)  $r(x)$  を求めよ。
- (2) (\*) の一般解を求めよ。