

# 2020年度 実力テスト

## 基礎問題（数理サイエンスコース）

2021年1月21日（木）  
13:00～13:45（45分）

### 解答上の注意

- 問題は全部で2題ある。全ての問題に解答すること。
- 各問題ごとに別々の解答用紙を使用し、解答した問題番号を所定の欄に明記すること。問題番号が正しく記入されていない答案は採点しない。
- すべての解答用紙に学生番号と氏名を記入し、解答用紙は2枚とも提出すること。
- 解答欄が不足する場合は裏面を使ってよい。ただしその旨を表面に明記すること。
- 途中退出は不可とする。

**1**

(1)  $f(x, y) = xy^2 - x^2 - y^2 - 2x$  を考える.

(1-a)  $f(x, y)$  の臨界点 (停留点とも呼ぶ) をすべて求め, 極値かどうか判定せよ. 極値も求めること.

(1-b) 閉領域  $x^2 + y^2 \leq 8$  における  $f(x, y)$  の最大値・最小値を求めよ.

(2) 逐次積分  $I = \int_0^4 dy \int_{\sqrt{y}}^2 \sqrt{\frac{y}{2+x^4}} dx$  を考える.

(2-a) 閉領域  $D = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq 4, \sqrt{y} \leq x \leq 2\}$  を図示せよ.

(2-b)  $I$  の積分順序を変更して  $\int_a^b dx \int_{\varphi(x)}^{\psi(x)} \sqrt{\frac{y}{2+x^4}} dy$  の形に表し, 積分値を求めよ.

**2**

$A = \begin{pmatrix} 1 & a & a \\ a & 1 & a \\ a & a & 1 \end{pmatrix}$  とする. 以下の問に答えよ. ただし  $a$  は実数の定数である.

(1)  $\det A = 0$  となるような  $a$  の値を求めよ. また, そのときの  $A$  の階数を求めよ.

(2)  $A$  の固有値を  $a$  を用いて表せ.

(3)  $A$  を対角化せよ. なお,  $P^{-1}AP$  が対角行列となるような可逆行列 (正則行列)  $P$  も求めること.