

大学1, 2年生での数学の学び方

本稿では、理工系の大学1, 2年生を対象に、数学を学ぶにあたっての心構えや、気を付けるべき点などをアドバイスします。同様の主旨で書かれた文章は、本誌の記事に限ってもたくさんあります。最近のものでは、[1, 2, 3]などは参考になるでしょう。本誌以外ですと、[4]は楽しく読めて役に立つと思います。以下では、これらと重複する事柄も書きますが、もっと初歩的なことから書くつもりです。ですから、本稿の内容を当然のことと思えた方は、これらの参考文献を読んでください。

高校までとの違い

大学では、自ら主体的に学ぶことが前提とされています。例えば、語学や実験科目などいくつかの例外を除いて、講義への出席は義務ではありません。怠けていても、他人に迷惑をかけない限り教員から注意を受けることもありません。逆に、講義でわからないところを質問すれば大いに歓迎されますし、時間の限り丁寧に対応してくれるはずです¹。講義で習っていない内容を先取りしても構いません。こうした自由と放任が大学では貫かれていて、入学したばかりの頃は戸惑うかもしれません。以下、高校までとの「風土の違い」に留意しながら、大学で数学を学ぶにあたってのアドバイスを具体的に述べましょう。

テキストについて

理工系の学生なら、1年生で「線形代数」と「微分積分」を学科を問わず学ぶでしょう。統一したテキストを指定する大学もあれば、講義担当者ごとにテキストを指定する場合があります。参考書は紹介するがテキストは指定しないという先生もいるでしょう。いずれにせよ、テキスト（指定されていない場合は、自分にとってのテキスト）を必ず購入することが大切です。

これは、「線形代数」や「微分積分」に限りません。大学で数学を学ぶ際には、「自分でテキストを読み、その内容を理解するよう努めること」が基本になります。だから「自分専用のテキスト」が必要なのです。テキストを購入せずに図書館で借りて済ませている学生をときどき見掛けますが、お勧めできません。

¹ただし、手取り足取り教えてくれる、ということではありません。

テキストを選ぶ際は、先生や先輩、友人などの意見を聞くのもよいでしょう。ただし、必ず書店や図書館に足を運んで、自分の手で開いて眺めてから決めること。易きに流れて、「単位がとれる」などと謳ったものを選ぶのはお勧めできません。それよりは、少々背伸びして「骨のある」テキストを選んでほしいと思います。選んだテキストが難しすぎたり、どうしても自分に合わないと感じたりしたら、別のものに乗換えても構いません。同一の内容を複数のテキストで学ぶのはよいことだと私は思っています。

あまり強調されませんが、テキストに誤植はつきものです。内容に本質的な誤りがある、ということではありません。数学者が著した1, 2年生向けのテキストに本質的な誤りはまずありませんが、誤植は(多数)あるものだと思います方がよいでしょう。大学では、文献を批判的に読むことが大切だと繰り返し強調されます。それは既成の学問を習得する場合でも必要なことであって、その具体的な方法やコツについては [3] が参考になります。少なくとも、テキストの誤植に気付かない、違和感すら覚えない読み方をしているようでは、何も身につけません。

講義について

先にも述べたように、講義への出席は義務ではありません。「自学自習が基本であって講義はあくまで補助手段である」くらいの気構えで臨んでほしいと思います。もちろん、先生方はしっかりと準備して講義に臨んでいますし、学生が理解できるようさまざまに工夫もしていますから、講義を聴くことには意味があります。多くの学生にとっては「講義とその復習で精一杯」というのが実際のところでしょうが、「講義を聴いて板書を取り、試験前にノートを少し読み返す」だけでは、十分な理解に達することはありません。

ところで、大学の講義では、テキストが指定されている場合でもテキストの順序通りには教えません。かなりの箇所が省かれますし、順序が入れ替わることもあるでしょう。また、講義の流れのなかでも、計算の過程を省いて結果だけを示したり、定理や数学的事実だけを述べて証明を省いたりすることがあります。すべてを詳細に説明しているととても時間が足りない、という現実的な理由もありますが、何よりも省かれた箇所は学生が自分自身で学習して埋める、ということが想定されているのです²。

この点で、大学の講義は料理番組と似ています。10分間ほど煮込む場合は、「出来上がったものがここに 있습니다」といって、別の鍋に取り替える

²それまでの予備知識で証明できない事実を用いる場合もあります。その場合は、ちゃんと言及されるので安心してください。

のです。でも、実際に自分で料理をするときは、「出来上がったものがここに」とやるわけにはいきません。また、番組を何度観ても、それだけで料理が上達することはありません。それでも、料理の腕前を上げるには、よいお手本を何度も観て、基本動作や勘所、ちょっとしたコツなどを学ぶことは大きな意味があるのです。

講義を料理番組に喩えましたが、決定的に異なることがあります。その場で質問ができる、ということです。講義でわからないところがあれば、なるべくその場で質問しましょう。先生の話を遮っても構いません。板書の間違いの指摘でも構いません。質問をして怒られるなんてことはまずありませんから安心してください。「こんな馬鹿な質問をしていいのだろうか」という遠慮も無用です。あなたが理解できていないことは、他の学生もたいてい理解できていないのです³。

ノートのつくり方⁴

まず、ノートは科目ごと講義ごとに別の冊子を使いましょう。ルーズリーフを使う場合も科目ごとに整頓してきちんと閉じておくこと。当たり前のようなのですが、できていない学生が意外と多くいます。特に学年が上がるにつれ、その傾向が強くなる印象があります。以前につくったノートを必要に応じて参照できるようにしておくことが重要ですので、最低限の作法として身に付けましょう。

ノートのつくり方には、「こうしなければならない」という決まった型はありません。自分が理解するためにノートをつくるのであって他人に見せるためではありませんから、自分流につくればよいのです。自分で何を書いたか判読できないほど乱雑では困りますが、整理されすぎたノートも実はあまりよくありません。罫線に沿って一行ずつ書き、板書のチョークの色に応じてノートでもそのつど色を変えたりと、「きれいなノートをつくること」が自己目的のようにになっている学生をときどき見掛けます。復習の際、そのノートは役に立っているのでしょうか？無意味な「形式美」に囚われず、「わかるためのノート」をつくる工夫をしてください。

ノートはゆったり贅沢に使いましょう。板書を写しただけでは足りません。先生が口頭で述べたことも書きましょう。疑問に思ったこと、自分の理解が不十分な点も書き込みましょう。そのためには、考えながら講義を聴かなけ

³講義が終わってから質問に来る学生がしばしばいます。質問しないよりはずっといいのですが、教える立場から言えば、講義中に質問してくれる方がありがたいです。

⁴自分で学ぶことが前提なので、ノートは「板書を写す」だけのものではなく「つくるもの」なのです。

ればなりません。さらに、後から自分で学習した事項なども、どんどん書き足していきましょう。

板書のスピードに追いつかないときもあるかもしれません。そんなとき、スマートフォンで板書を画像に収めるのは構いませんが、必ず、なるべく早くノートに書き落としておきましょう。

演習問題を解くこと

大学では、「数学演習」などの名称で、演習問題にとりくむ時間が設けられていることが多いでしょう。講義中に演習問題を解く時間を確保する先生もいるかもしれません。それは、数学についての理解を確たるものにするには演習問題にとりくむことが欠かせないからであって、この点は高校までと変わりません。

ただ、「さまざまなパターンの問題を解けるようになるために勉強する」という姿勢の学生が少なくありません。曰く「この問題の解き方を教えてください」。あなたがその発想に囚われているのなら、いますぐ捨て去りましょう。問題を解けるようになることが数学を学ぶ目的ではありません。数学を理解するため、その一助となるから演習問題にとりくむのです。

答えは、ごく簡単な計算問題を除き、「式や図・グラフを交えた文章」を書くよう心掛けましょう。何をどのような方針で計算するのか。どの仮定を用いたのか。主語や述語を明確にし、助詞や接続詞に注意を払いましょう。論拠を示しながら（答案の）読み手に伝える、という姿勢が不可欠です。式を羅列しただけの答案では、理解したうえで書いたのだとしても読み手には伝わりません。伝わらなければ意味がありません。

ですから、解答の筋道が頭の中に完全に描けている場合を除き、いきなり答案用紙には書かずに、まずは下書きをしましょう。込み入った計算が伴う場合も、下書きであれこれ計算しておいて、答案には本質的な式変形だけを書きましょう。整理されておらず議論が錯綜している答案もいけません。端折りすぎてもいけません。本質的なことを過不足なく書くことが大切です。こうした答案を書くこと自体が、数学に対する理解を深めることにつながります。初めはなかなか思うように書けないでしょうが、根気よく続けてください。

自主ゼミのすすめ

友人たちと自主ゼミを行なうことも、学習を進めるうえでとても有効です。何人かのグループで同じテキストを読み、例えば週に一回、順番に誰かが先生役を務めてみんなの前で「講義」をするのです。テキストは自由に選べばよく、講義の予習・復習であってもいいし、これから先に学ぶ分野のものを選んで構いません。

初めのうちは、自分では理解していたつもりだったのに、いざ話してみるとうまく説明できない、という経験をするでしょう。他人にちゃんと説明できて初めて「本当に理解した」といえるのです。聴き役のときも、予習でわからなかったこと、発表者の説明が不十分なところなどをどんどん追究し、必要ならみんなで議論しましょう。

わからなくなったら

理解が曖昧なところを放っておくと、ますますわからなくなっていくます。だから、なるべくそのつど立ち止まって、質問し調べ考える、という姿勢は必要です。

そうは言っても、講義は先へ先へと進むし、学ぶべきことはたくさんあるので、ずっと立ち止まってもいられません。そんなときは、「とりあえず脇において前に進む」という姿勢も必要です。重要なのは、脇においた事柄をなるべくはっきりさせることです。何をどこまで理解できて、どこから理解できていないのか。ノートやテキストの該当箇所に、自分の疑問や理解の段階を具体的に書き込んでおきましょう。しばらく経ってその箇所を眺めると、以前より理解が進んでいたり、場合によってはすっかり理解できていたりすることもあります。それでもいよいよ行き詰まったら、確実に理解しているところまで思い切って遡り、そこから改めてテキストやノートを読み返すのもひとつの方法です。

いったい何の役に立つ？⁵

数学を学んでいると、自分の専門分野にとって何の役に立つのだろう、という疑問が生じることがあると思います。この疑問に対しては、いろいろな答えと答え方があります。数学の先生や各学科の専門の先生に手当たり次第に尋ねてみるのもよいでしょう。人によって、同じ人でも日によって、さ

⁵この項と次の項は、数学科以外の学生を念頭においています。

まざまな答えが返ってくると思います。どれも真に受けず、ひとつの見方として参考にしてください。また、このテーマで書かれた文献もたくさんあって、[4, 5]などはひとつの参考になると思います。

ここでは「その疑問を抱いたまま学び続けることも大切なのである」とだけ言っておきましょう。

学科での数学科目について

2年生になると、各学科の専門の先生が、その学科に必要な数学について教える講義が設けられていることも多いでしょう。そこでは、直感的な理解や具体例が重視され、厳密な証明は省かれることが多いでしょう。それは、当該分野でどのように数学が使われているかが強く念頭におかれているからです。直感的な理解と論理的な理解、実際に使えることとのバランスが大切です。

注意が必要なのは、同じ概念を指すのに、数学者とは異なる記号や用語を用いることがしばしばあることです。これは習慣の問題であって、どちらがよいとか正しいとかいうものではありませんが、慣れないうちは戸惑うかもしれません。また残念なことに、数学的な誤りや論理の転倒などがしばしばあります。混乱したら、講義担当の先生と数学の先生の両方に質問するとよいでしょう。

数学の学習は一朝一夕には進みません。すぐにわかることが大事なのではありません。わからないことは恥ではありません。十分な理解に達するには手間も時間も掛かるし、掛ければよいのです。

参考文献

- [1] 鼎談「大学数学の学び方」／川平友規，小畑久美，竹山美宏／「数学ガイダンス 2016」（数学セミナー編集部／日本評論社）所収
- [2] メモやノートを取りましょう／西野哲朗／「数学ガイダンス 2017」（数学セミナー編集部／日本評論社）所収
- [3] 数学書の読み方／竹山美宏／「数学ガイダンス 2017」（数学セミナー編集部／日本評論社）所収
- [4] 若き数学者への手紙／イアン・スチュアート 著／富永星 訳／筑摩書房
- [5] とんでもなく面白い 仕事に役立つ数学／西成活裕／日経 BP 社