

相模原高校高大連携講座

一目見たら忘れられない証明

—Visual Proof の世界—

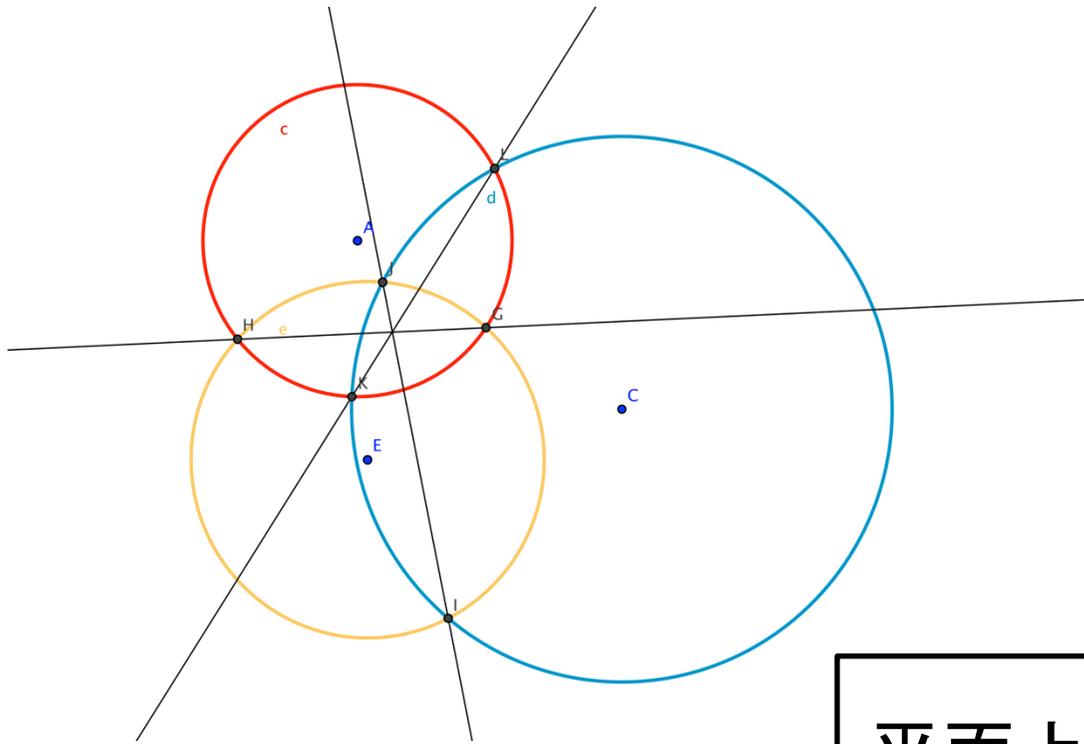
Part 4

青山学院大学 理工学部物 理数理学科

西山 享

2014.11.19

3円の交線



ポイント

平面上の3直線は(一般には)
一点で交わらない!!

共点 ... 平面上の3直線が一点で交わる

GeoGebra で作図してみよう

証明のアイデア: 3球の交面

ポイント

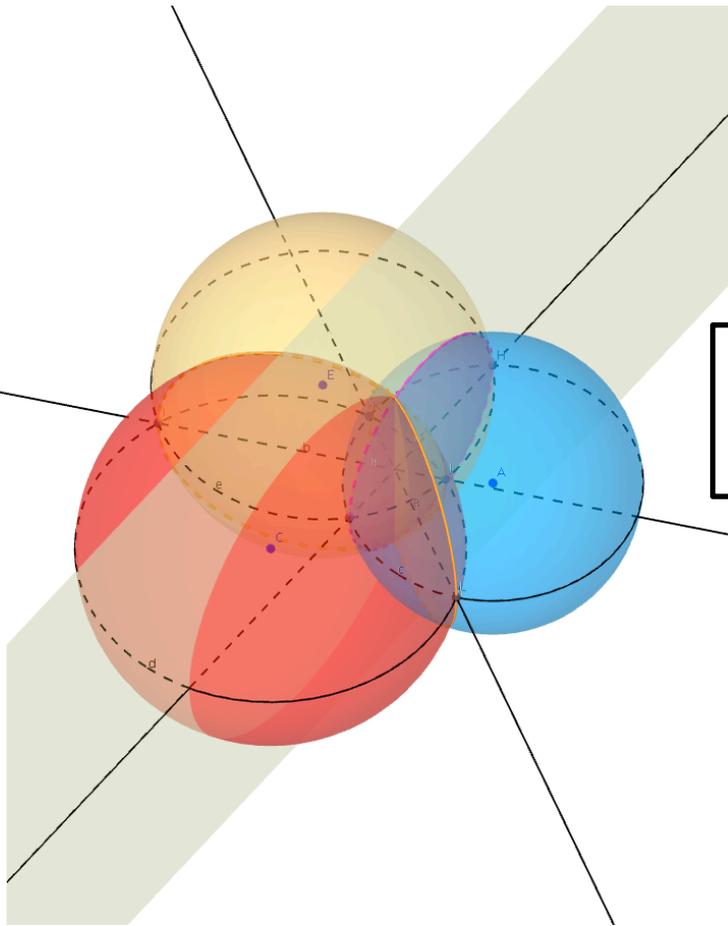
空間の3曲面は交わる!!

曲面と曲面 ... 曲線で交わる
曲面と曲線 ... 点で交わる

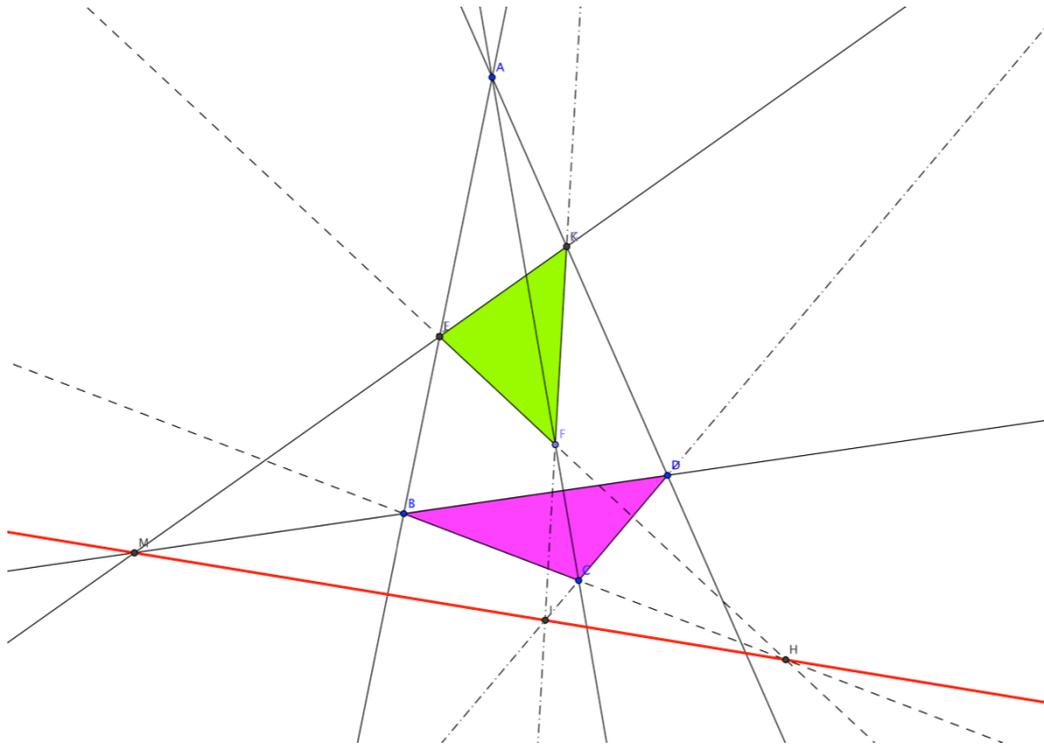


空間の3曲面は交わる!!

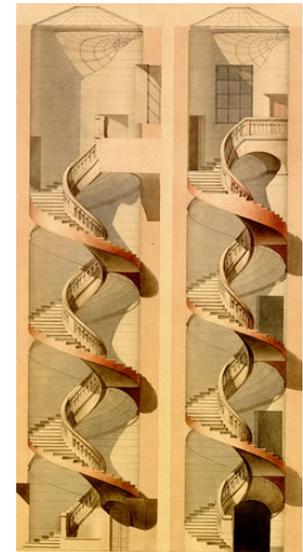
GeoGebra で確認してみよう



デザルグの定理(平面)



ジラルド・デザルグ
(1591 - 1661)



2つの3角形の対応する頂点を結ぶ直線が**共点**

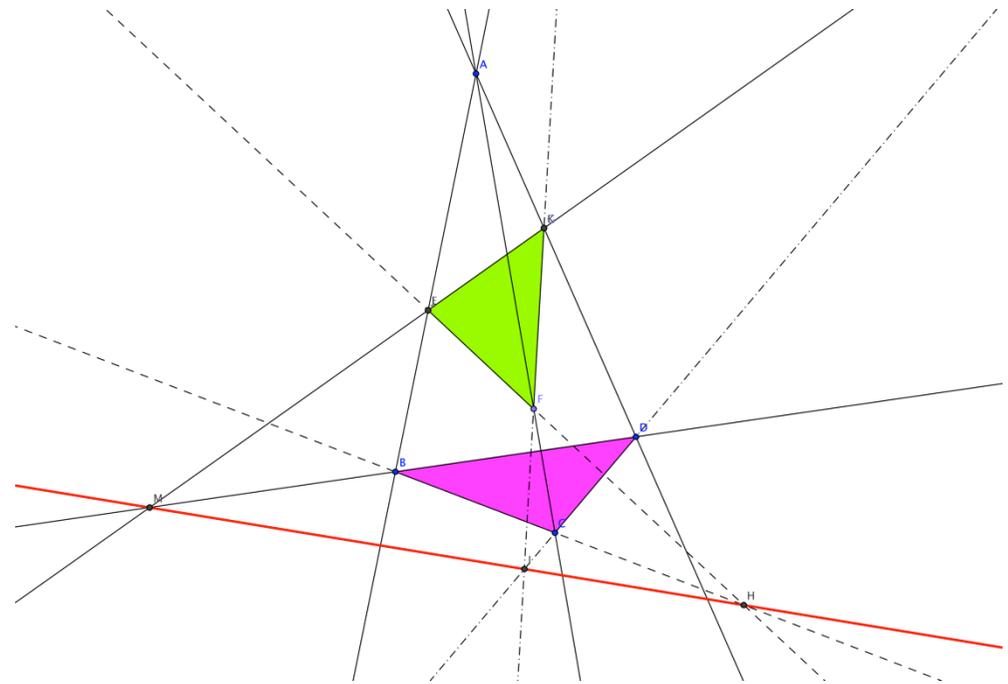


対応する辺の交点は**共線**

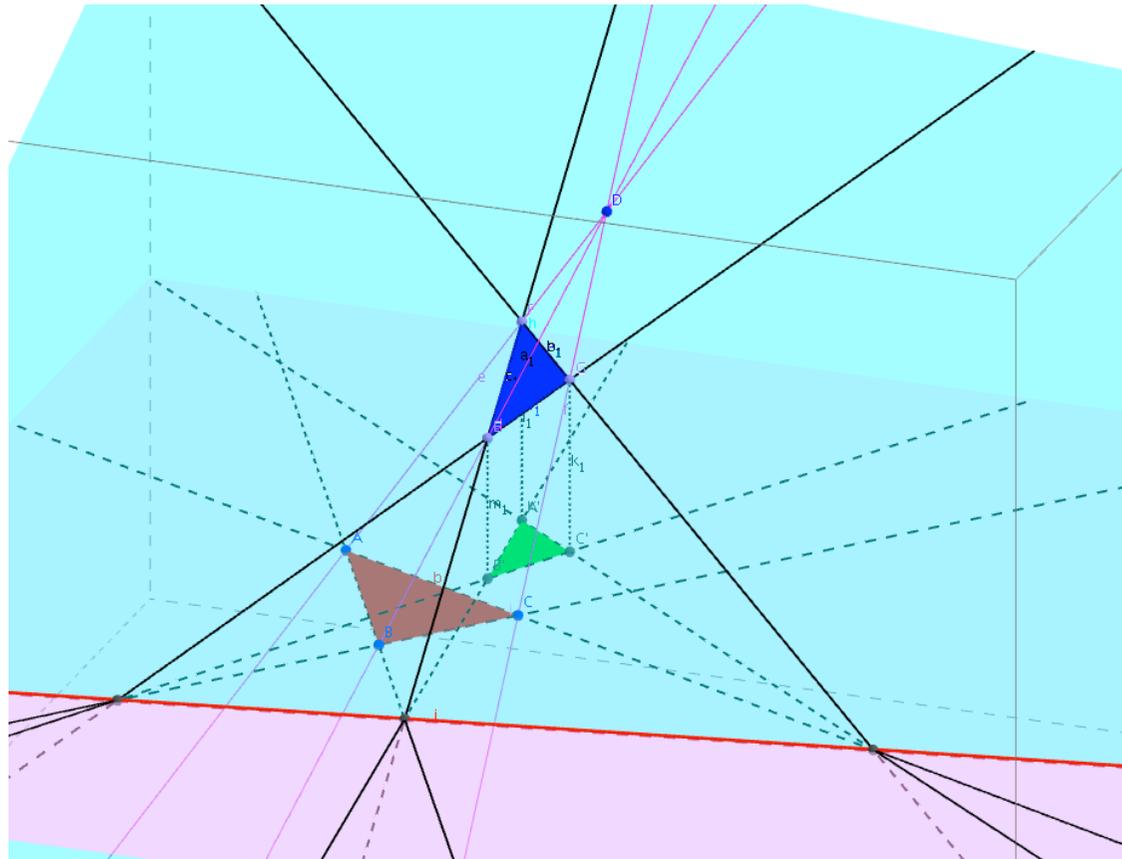
共線 ... 3点が一直線上にある

デザルグの定理作図

1. 点ツールで点Aをクリック
2. 3直線 AB, AC, AD を引く
3. オブジェクト上の点ツールを選択
択
4. 3直線上に3点E, F, Gをクリック
5. 多角形ツールを選択
6. 三角形 BCD と三角形 EFG
7. 2点を通る直線ツールで辺を
延長
8. 直線 BC と直線 EF の交点H
9. 直線 CD と直線 FG の交点I
10. 直線 DB と直線 GE の交点 J
11. 直線 HI を引く
12. 3点 H, I, J が共線であることを確認



証明のアイデア: 空間版のデザルグの定理



ポイント

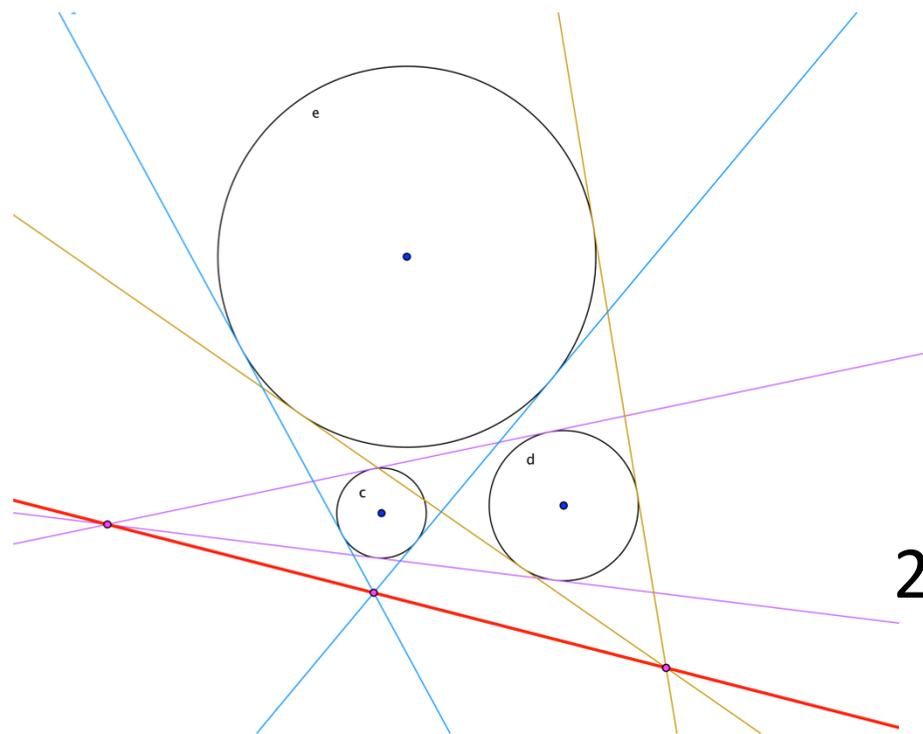
空間内の2平面の
交わりは直線!!

2つの3角形の対応する頂点を結ぶ直線が**共点**



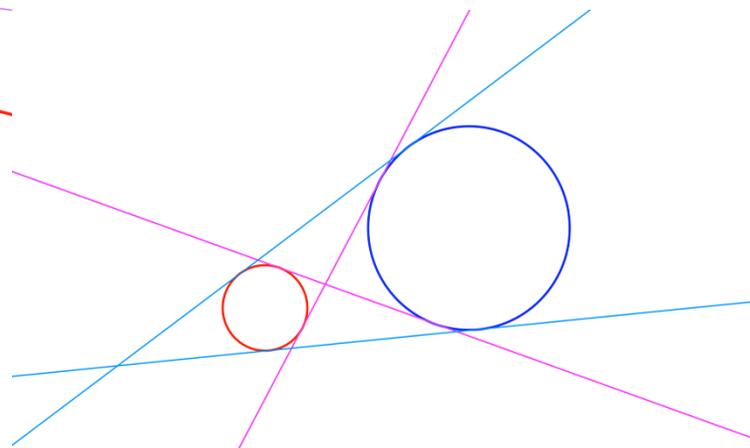
対応する辺の交点は**共線**

3円の共通接線

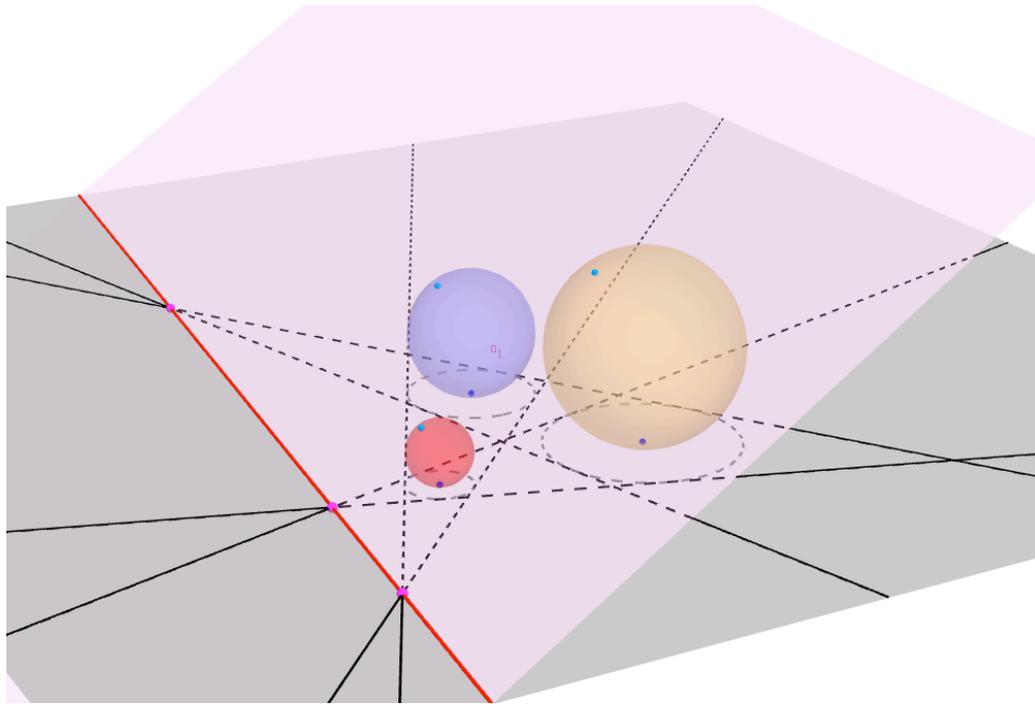


3円の共通外接線の
3つの交点は**共線**

2円の共通接線は4本ある!



3球に接する平面

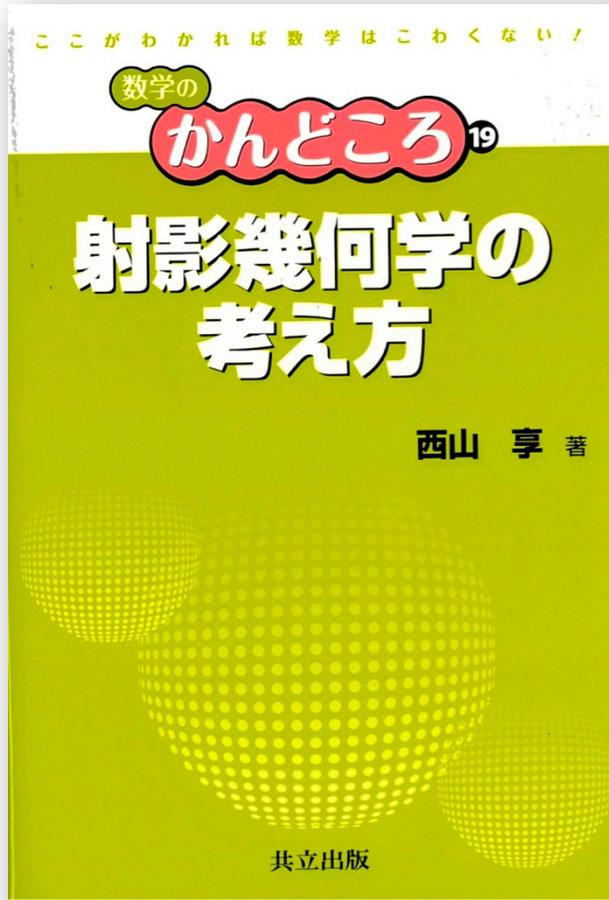


ポイント

円 → 球

3球に接する2つの平面の交わり=直線

空間の利用・・・射影の考え方



射影幾何学
への入門書

ヨロシク!!

現代の射影幾何学



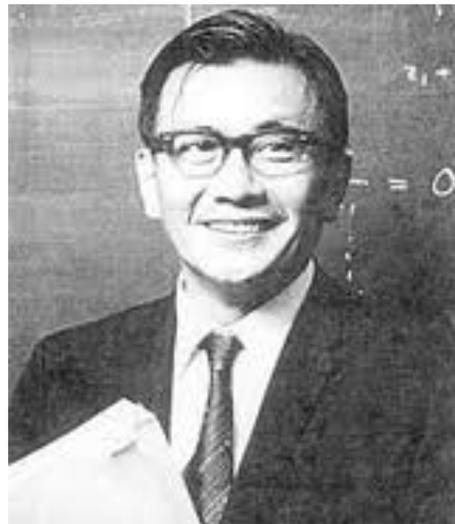
代数幾何学



森重文



日本人の
フィールズ賞受賞者

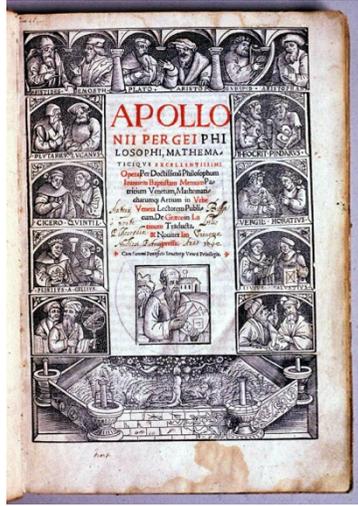


小平邦彦

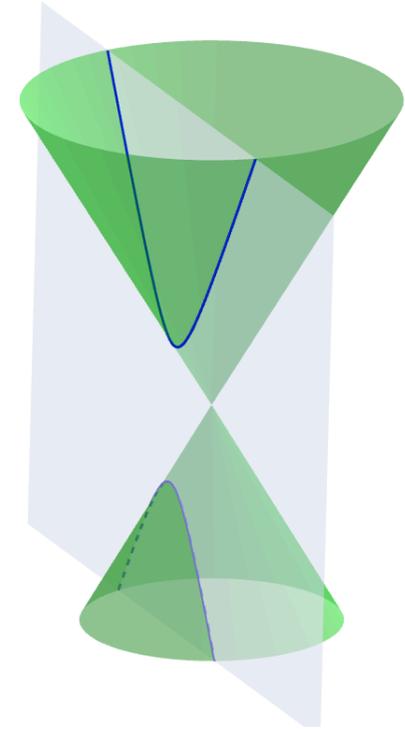


広中平祐

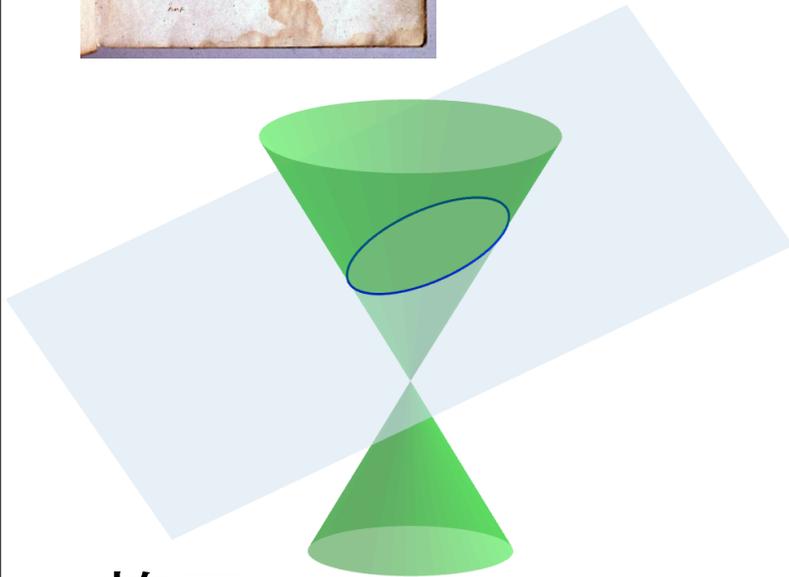
円錐曲線



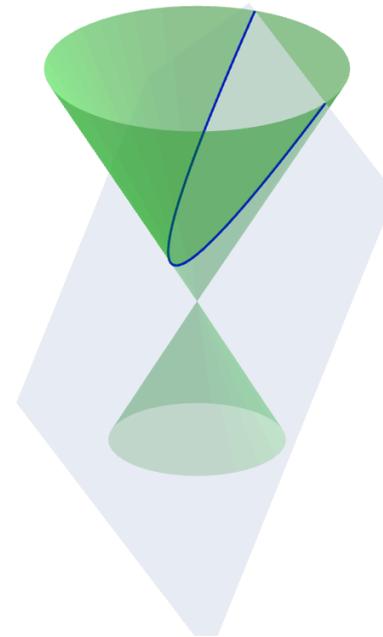
ペルガのアポロニウス
(前260??—前190?)



双曲線



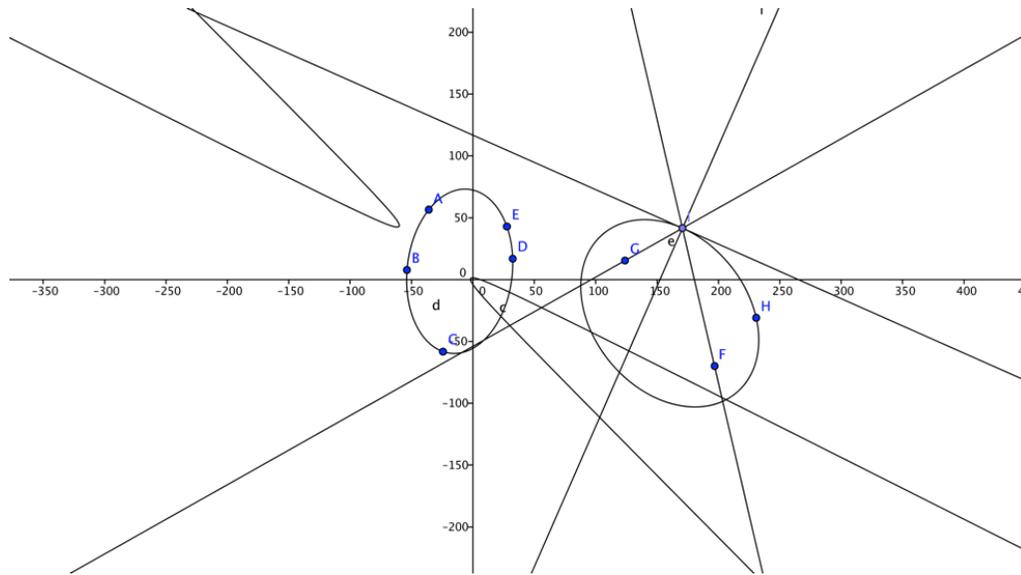
楕円



放物線

円錐曲線は 5点で決まる

2次曲線: $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$



円錐曲線は連比
 $A : B : C : D : E : F$
で決まる

6個の比



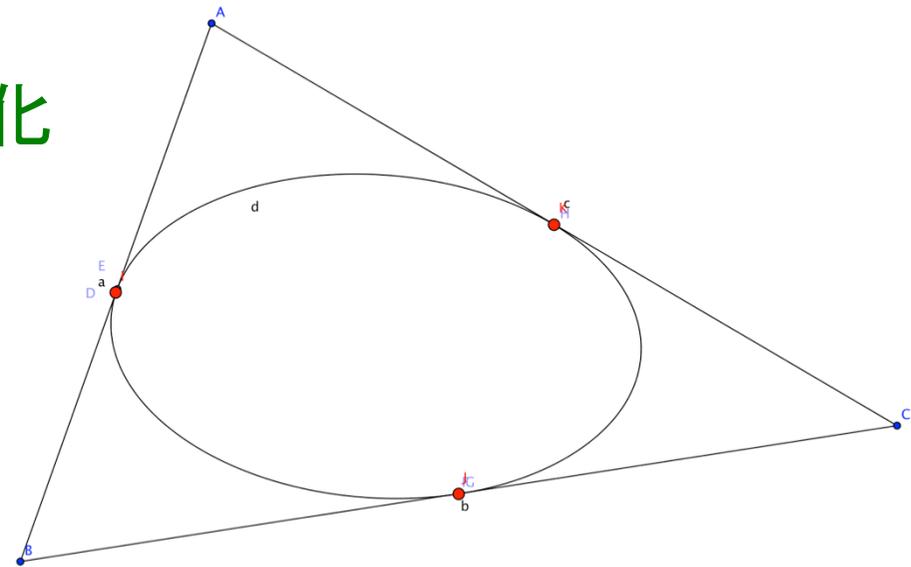
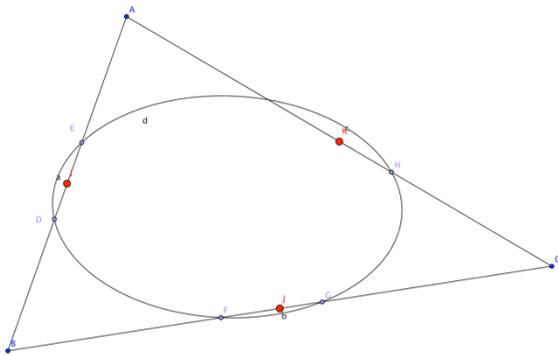
5個のパラメータ

5点の選び方で円錐曲線はどう変化するか？

ガウスの内接楕円定理

3角形の各辺の中点で内接する楕円が
ただ一つ存在する

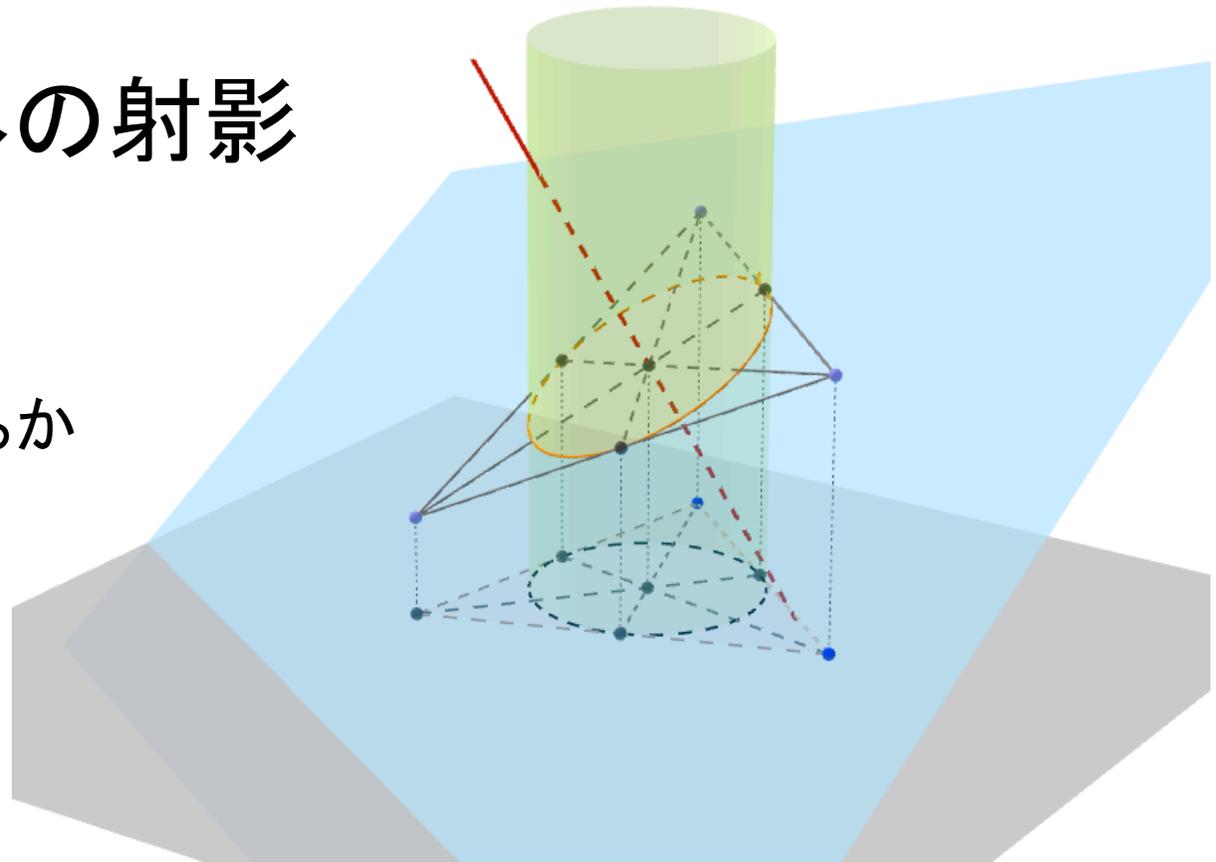
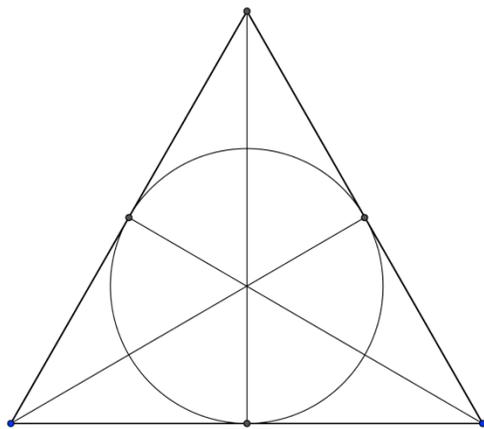
ただ一つ ……5点の退化



ガウスの内接楕円(存在)

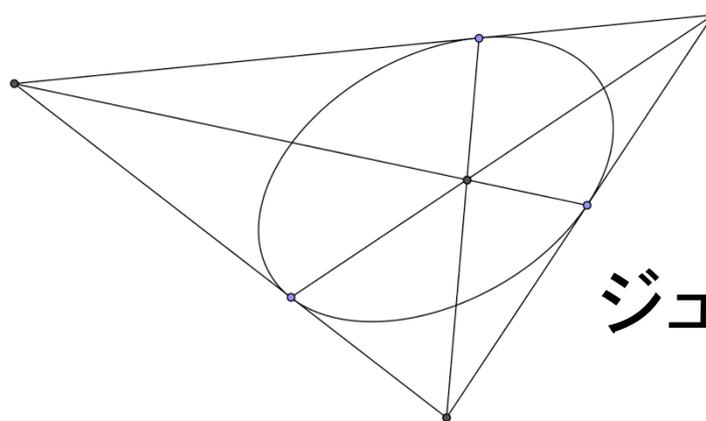
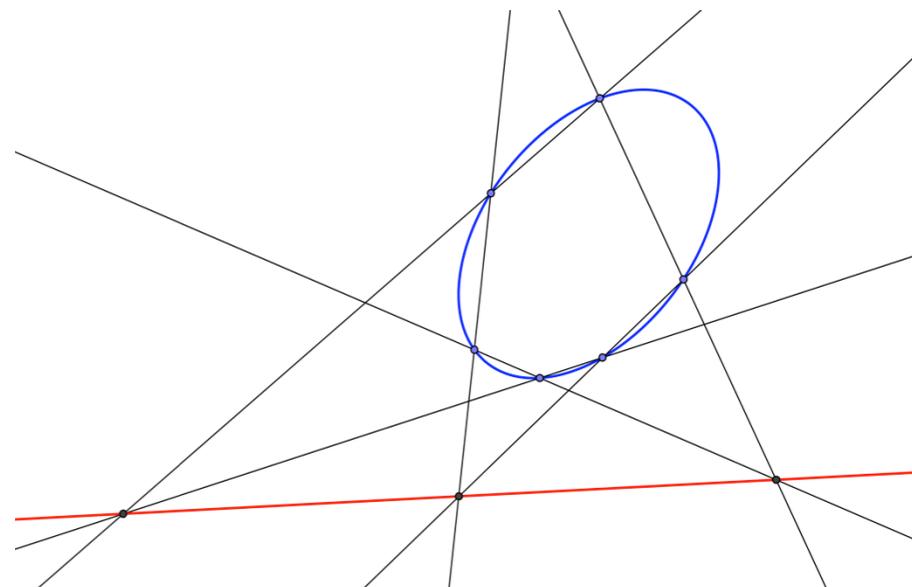
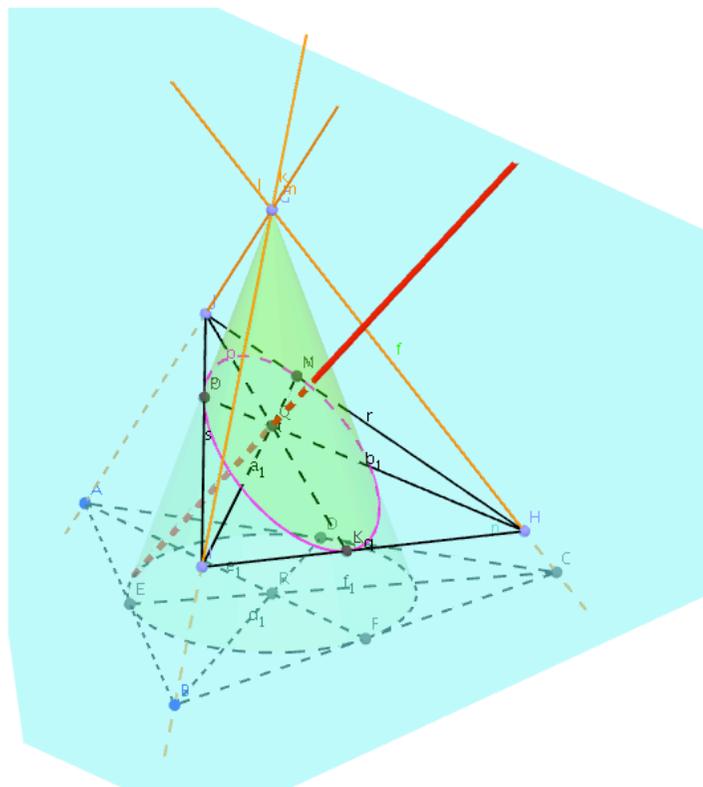
正三角形への射影

正三角形の場合は明らか



その他の射影幾何の定理たち

パスカルの神秘六角形



ジュールゴンヌ点

Part 4 おしまい