

2021 年度
青山学院大学
大学院理工学研究科理工学専攻

博士前期課程(9月)入学試験

各コース共通問題

「数学」

問題冊子

受験番号：	氏名：
-------	-----

[注意事項]

1. 問題冊子は表紙を除いて2ページあり，問題は全部で6題ある．6題中3題を選択して解答せよ．
2. 解答冊子は表紙と3枚の解答用紙でできている．問題冊子表紙，解答冊子表紙およびすべての解答用紙に受験番号・氏名を忘れずに記入すること．
3. 問題1題ごとに解答用紙1枚を使い，必ず解答用紙左上の枠内に問題番号を記入すること．問題番号の記入がない場合，また2つ以上の番号の記入があった場合には，解答は無効とする．
4. 解答欄が足りない場合には，当該解答用紙の裏面も解答欄として使用してよい．その場合，「裏面に続く」と表面の最後に明記すること．
5. 解答冊子，問題冊子とも必ず提出すること．

1

次の連立1次方程式を解け。ただし a は定数である。

$$\begin{cases} x + y + 2z + w = 3 \\ x + ay + 2z + w = a + 2 \\ (a + 1)x + y + 3z + w = 3 \\ 2x + y + 3z + aw = 2a + 1 \end{cases}$$

2

行列 $A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ について、次の問に答えよ。

- (1) A の固有値をすべて求めよ。
- (2) A が対角化可能かどうか判定せよ。対角化可能ならば、 $P^{-1}AP$ が対角行列となるような正則行列 P を1つ求めよ。
- (3) $2A^3 - A^2$ の固有値をすべて求めよ。

3

実2変数関数

$$f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 + x^2 - xy + x - y + 4$$

について、極大・極小を論ぜよ。

4

(1) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0\}$ とおくとき, 次の重積分を計算せよ.

$$\iint_D \frac{x}{1+x^2+y^2} dx dy$$

(2) 次の逐次積分（累次積分とも言う）の積分順序を交換することにより積分を計算せよ.

$$\int_0^1 dy \int_y^1 \frac{y}{\sqrt{1+x^3}} dx$$

5

以下の問に答えよ.

(1) 次の関数に対して, $x = 0$ を中心としたテイラー展開を求めよ. 一般項を書くこと.

(a) e^x (b) $\frac{1}{1+x}$ (c) $\frac{1}{(1+x)^2}$

(2) $f(x) = \frac{1}{\cosh^2 x}$ とする. $f^{(0)}(0), f^{(2)}(0), f^{(4)}(0)$ の値を求めよ. ただし, $f^{(n)}(0)$ は $f(x)$ の $x = 0$ における n 階の微分係数を表す.

6

微分方程式

$$\frac{dy}{dx} = y^2 - 3y + 2 \quad (*)$$

について以下の問に答えよ.

(1) (*) を満たす定数関数を求めよ.

(2) 初期条件 $y(0) = \frac{3}{2}$ を満たす (*) の解を求めよ.