

2020 年度
青山学院大学
大学院理工学研究科理工学専攻

博士前期課程(9月)入学試験

各コース共通問題

「数学」

問題冊子

受験番号：	氏名：
-------	-----

[注意事項]

1. 問題冊子は表紙を除いて2ページあり，問題は全部で6題ある．6題中3題を選択して解答せよ．
2. 解答冊子は表紙と3枚の解答用紙でできている．問題冊子表紙，解答冊子表紙およびすべての解答用紙に受験番号・氏名を忘れずに記入すること．
3. 問題1題ごとに解答用紙1枚を使い，必ず解答用紙左上の枠内に問題番号を記入すること．問題番号の記入がない場合，また2つ以上の番号の記入があった場合には，解答は無効とする．
4. 解答欄が足りない場合には，当該解答用紙の裏面も解答欄として使用してよい．その場合，「裏面に続く」と表面の最後に明記すること．
5. 解答冊子，問題冊子とも必ず提出すること．

1

次の連立一次方程式の解を求めよ.

$$\begin{cases} 7x_1 + x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 3 \\ 4x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 3 \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = -1 \end{cases}$$

2

行列 $A = \begin{pmatrix} 4 & a & -3 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ に対し, 以下の問に答えよ. ただし a は実数の定数とする.

- (1) A の固有方程式を求めよ.
- (2) $a = 3$ のとき, A が対角化可能であるかどうか判定せよ.
- (3) A が対角化可能であるための a の条件を求めよ.
- (4) A が対角化できないとき, 固有値と固有ベクトルを求めよ.

3

実2変数関数

$$f(x, y) = x^3 - x^2 - 8xy + 2y^2 + 4$$

について, 極大・極小を論ぜよ.

4 次の重積分の値を求めよ.

(1) $\iint_{D_1} xy e^{x^2+y^2} dx dy,$ ただし D_1 は 3 点 $(0, 0), (0, 1), (1, 1)$ を頂点とする三角形の内部 (境界を含む).

(2) $\iint_{D_2} x^2 e^{x^2+y^2} dx dy,$ ただし $D_2 = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq y, x^2 + y^2 \leq 1\}.$

5

(1) 次の関数に対して, $x = 0$ を中心としたテイラー展開 (マクローリン展開) を, 指定した x の次数まで計算せよ (剰余項は計算不要である). ここで, $\tan^{-1} x$ は逆正接関数を表し, $\text{Tan}^{-1} x$ や $\arctan x, \text{Arctan} x$ などとも書く.

(i) $\cos x$ (x^4 まで) (ii) $\tan^{-1} x$ (x^3 まで)

(2) 次の極限を求めよ. どのように計算するのか, 明確に説明すること.

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2}$ (ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \tan^{-1} x}{x(1 - \cos x)}$

6 微分方程式

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 4\frac{dx}{dt} + 3x = -t + 3t^2$$

の一般解を求めよ.